1 次の各問いに答えよ。

(1) 次の①～⑤を計算しなさい。

① $-10+8$

② $6+\left(-\dfrac{7}{12}\right)\times 9$

③ $\sqrt{32}-\sqrt{50}$

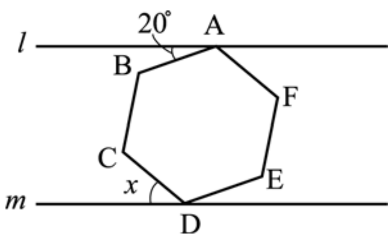
④ $-3(2a-4b)+5(a-2b)$

⑤ $(x+2)^2-(x+3)(x-1)$

(2) 次の二次方程式を解きなさい。

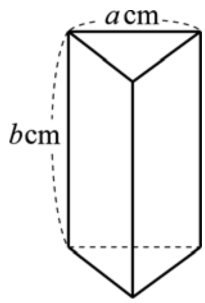
$x^2+3x-10=0$

(3) 右の図のように、正六角形 ABCDEF の頂点 A、D が平行な 2 直線 l、m 上にあるとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(4) 右の図のような正三角柱がある。このとき、次の式は何を表しているか。かきなさい。

式: $3ab(\text{cm}^2)$



2 次の(1)～(4)に答えなさい。

(1)　ある学校では、リサイクル活動の 1 つとして、毎月 1 回、空き缶を集めている。先月は、スチール缶とアルミ缶をあわせて 40kg 回収した。今月は、先月とくらべると、スチール缶の回収量は 10%減り、アルミ缶の回収量は 10%増えたので、あわせて 42kg 回収することができた。

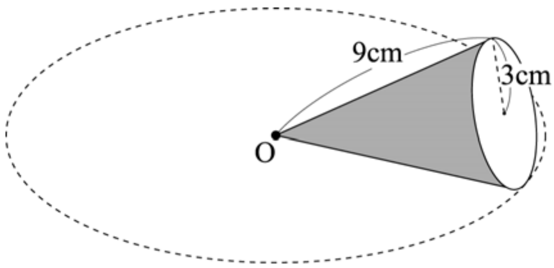
先月のスチール缶とアルミ缶の回収量は、それぞれ何 kg か、求めなさい。

ただし、答えを求める過程がわかるように、途中の式と説明もかきなさい。

(2)　ともなって変わる 2 つの数量 x、y の関係を式に表すと、$y=4x$ ($x\geqq 0$)となるような身近なことがらを、1 つかきなさい。

(3)　右の図のように、底面の半径が 3cm で母線の長さが 9cm の円錐を平面上におき、頂点 O を中心としてすべらないように転がす。

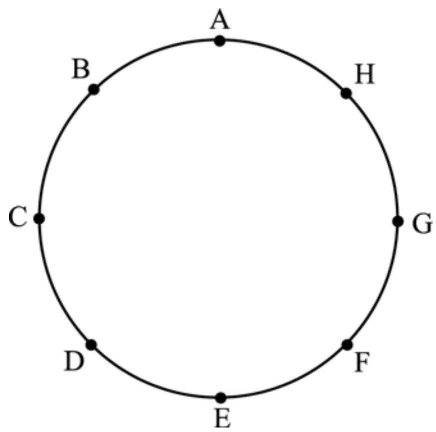
このとき、点線で示した円の上を 1 周してもとの場所にかえるまでに何回転するか、求めなさい。



(4)　右の図のように、円周を 8 等分する点 A、B、C、D、E、F、G、H がある。これら 8 個の点から 3 点を選び、それらを結んで三角形をつくる。

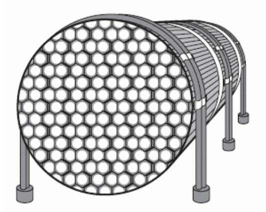
次の(1)、(2)に答えなさい。

①　CG を斜辺とする直角三角形はいくつできるか、求めなさい。



②　二等辺三角形はいくつできるか、求めなさい。

3　右の図は、明石海峡大橋で使われているケーブルの断面を模式的に表したものである。

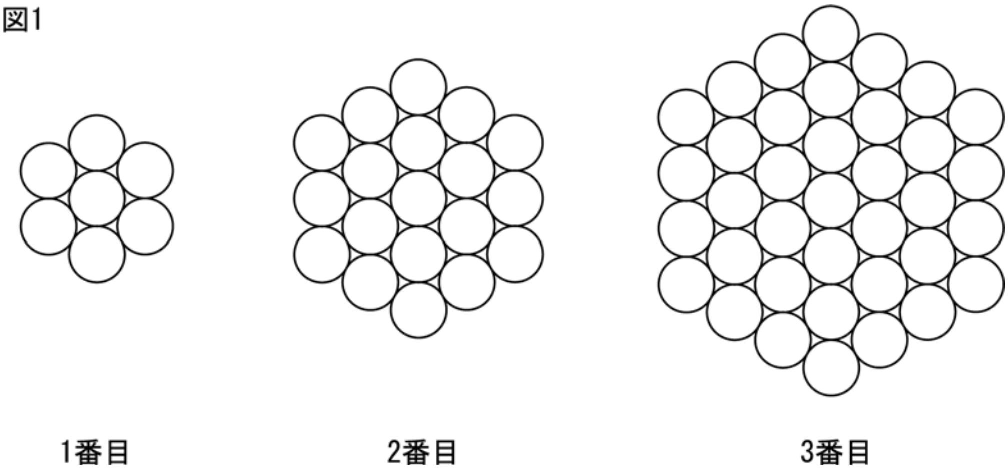


美紀さんと紀男さんは、この断面の模様の並び方に興味をもち、碁石を使って考えてみた。

図 1 の 1 番目の図形は、中心となる碁石を 1 個おき、そのまわりに碁石を並べたもので、2 番目の図形は、さらにその外側に碁石を並べたものである。

このようにして、3 番目、4 番目、…と同じ規則で碁石を並べて、図形を順につくっていく。

図1



下の(1)〜(3)に答えなさい。

(1)　次の表は、**図 1** のように、碁石を規則正しく並べて、1 番目、2 番目、3 番目、…と図形をつくっていったときの順番と、一番外側の碁石の個数についてまとめたものである。
下の①〜③に答えなさい。

順　番(番目)	1	2	3	4			(イ)			☆	★	
1 番外側の碁石の個数(個)	6	12	18	(ア)			54			a	b	

☆、★は、連続する 2 つの順番を表す。

①　表中の(ア)、(イ)にあてはまる数をかきなさい。

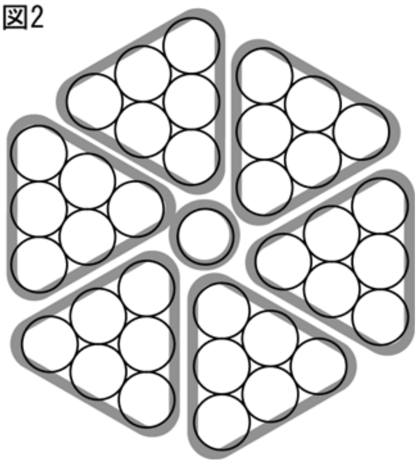
②　表中の a、b の関係を等式に表しなさい。

③　n 番目の図形をつくるとき、一番外側の碁石は何個必要か、n の式で表しなさい。

(2)　美紀さんは、図 1 の 3 番目の図形をつくるとき、全部で何個の碁石が必要かを求めるために、下のような方法を考えた。
　美紀さんの考え方を参考にして、10 番目の図形をつくるためには、全部で何個の碁石が必要か、求めなさい。

<美紀さん>
　図 2 のように、3 番目の図形を、中央の碁石と、三角形状に並んだ 6 組の碁石に分ける。
　三角形状に並んだ 1 組の碁石の個数は、1＋2＋3(個)だから、3 番目の図形をつくるのに必要な碁石全部の個数は、1＋(1＋2＋3)×6＝37(個)となる。

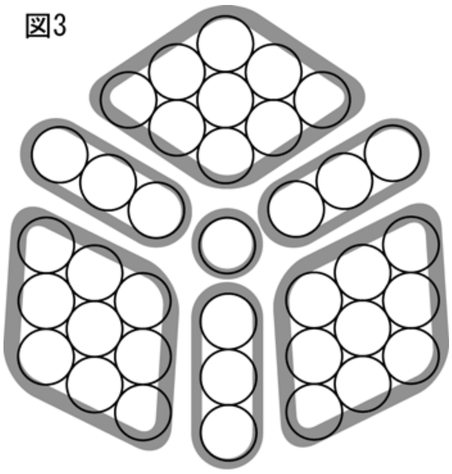
図2



(3)　紀男さんは、美紀さんとは別の方法で、碁石の個数を求めた。下の方法は、紀男さんの考え方をまとめたものである。
　紀男さんの考え方を用いて、x 番目の図形をつくるためには、全部で何個の碁石が必要か、n の式で表しなさい。

<紀男さん>
　図 3 のように、3 番目の図形を、ひし形状に並んだ 3 組の碁石、直線状に並んだ 3 組の碁石、中央の碁石に分ける。
　ひし形状に並んだ 1 組の碁石の個数は、3×3(個)、直線状に並んだ 1 組の碁石の個数は 3 個だから、3 番目の図形をつくるのに必要な碁石全部の個数は、3×3×3＋3×3＋1＝37(個)となる。

図3



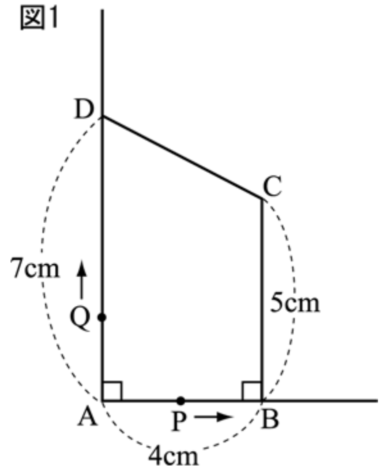
4　右の**図 1** のように、AD//BC、∠A＝∠B＝90°、AB＝4cm、BC＝5cm、AD＝7cm の台形 ABCD がある。

　2 点 P、Q は、A を同時に出発し、P は半直線 AB 上を、Q は半直線 AD 上をそれぞれ矢印の向きに毎秒 1cm の速さで動く。

　次の(1)～(3)に答えなさい。

(1)　3 点 P、C、Q が一直線上に並ぶのは、2 点 P、Q が A を出発してから何秒後か、求めなさい。

図1



(2)　2 点P、QがAを出発してからx秒後に、台形ABCDが線分PQで分けられる図形のうち、Aをふくむ図形の面積をy cm^{2}とする。

　右の**図 2** は、xの変城が $0 \leqq x \leqq 7$ の範囲における、x、yの関係をグラフに表したもので、$0 \leqq x \leqq 4$ では、$y = ax^2$の関係が成り立ち、$4 \leqq x \leqq 7$ では、$y = bx + c$の関係が成り立つ。

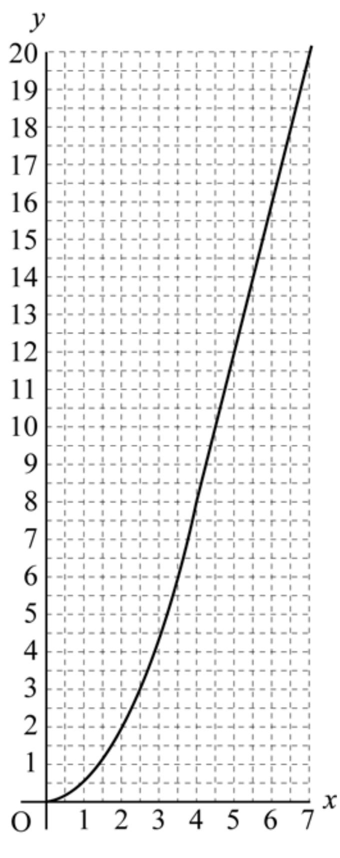
　このとき、次の①、②に答えなさい。

①　a、b、c の値をそれぞれ求めなさい。

②　関数$y = ax^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合が、もっとも大きくなるのはどれか。(ア)～(エ)の中から 1 つ選んで、その記号をかきなさい。また、その理由をかきなさい。

(ア)　0 から 1 まで
(イ)　1 から 2 まで
(ウ)　2 から 3 まで
(エ)　3 から 4 まで

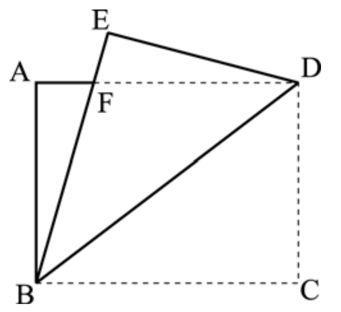
図2



(3)　線分 PQ が、2 辺 BC、CD と交わるときの交点をそれぞれ E、F とする。

△ECF の面積と△QDF の面積が等しくなるのは、2 点 P、Q が A を出発してから何秒後か、求めなさい。

5　右の図のように、AB＝6cm、AD＝8cm の長方形 ABCD を、対角線 BD を折り目として折り返し、頂点 C が移った点を E、AD と BE との交点を F とする。



　次の(1)～(3)に答えなさい。

(1)　△FAB≡△FED を証明しなさい。

(2)　辺 BD を軸として、△BDE を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は x とする。

(3)　A と E を結ぶとき、AE の長さを求めなさい。

【解答】

1

(1)

① -2

② $\frac{3}{4}$

③ $-\sqrt{2}$

④ $-a+2b$

⑤ $2x+7$

(2) $x=2,-5$

(3) 40°

(4) 側面積

2

(1)

先月のスチール缶とアルミ缶の回収量を x kg、y kg とすると、

$$\begin{cases} x+y=40 \\ 0.9x+1.1y=42 \end{cases}$$

これを解いて、x＝10、y＝30

先月のスチール缶の回収量 10kg、アルミ缶の回収量 30kg

(2)

(例)

毎時 4km の速さで、x 時間歩いたとき、その間に進んだ道のり y km

1 分間に 4 リットルずつ x 分水を入れたときの水の量 y リットル

x 人の子どもに 4 個ずつあめを分けるとき、全部のあめの個数 y 個

(3) 3 回転

(4)

① 6 個

② 24 個

3

(1)

①ア 24

イ 9

② $a=b-6$

③ $6n$ 個

(2) 331 個

(3) $3n^2+3n+1$ (個)

4

(1) 9(秒後)

(2)

①a. $\frac{1}{2}$　b.4　c. -8

②記号　エ

(理由)

(ア)～(エ)のように、x の増加量が 1 のとき、y の増加量は、それぞれ(ア) $\frac{1}{2}$、(イ) $\frac{3}{2}$、(ウ) $\frac{5}{2}$、(エ) $\frac{7}{2}$ であることがグラフから読みとれる。よって、変化の割合が最も大きくなるのは(エ)である。

(3) 8 秒後

5

(1)

(証明)

△FAB と△FED で、

長方形の向かい合う辺は等しいから、

AB＝CD＝ED・・・・・①

長方形の角はすべて等しいから、

∠BAF＝∠DCB＝∠DEF・・・・・・②

対頂角はひとしいから、

∠AFB＝∠EFD・・・・・・③

三角形の内角の和は 180 度で、②③より 2 組の角が等しいので、

残りの角も等しい。よって、

∠ABF＝∠EDF・・・・・・④

①、②、④より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

△FAB≡△FED

(2) $\frac{384}{5}\pi$ (cm^3)

(3) $\frac{14}{5}$ (cm)