

1 次の各問に答えよ。

(1) $-\frac{1}{2} \times 4 + 8$ を計算せよ。

(2) $3(5a + b) - (7a - 4b)$ を計算せよ。

(3) $\sqrt{8} - \sqrt{2} \times 6$ を計算せよ。

(4) 一次方程式 $x - 9 = 3x + 1$ を解け。

(5) 連立方程式 $\begin{cases} x - 4y = 6 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ を解け。

(6) 二次方程式 $x^2 + x - 72 = 0$ を解け。

(7) 右の図1のように、1、2、3、4、5の数字を1つずつ書いた5枚のカードがある。

この5枚のカードから同時に3枚のカードを取り出すとき、取り出した3枚のカードに書いてある数の和が偶数になる確率を求めよ。

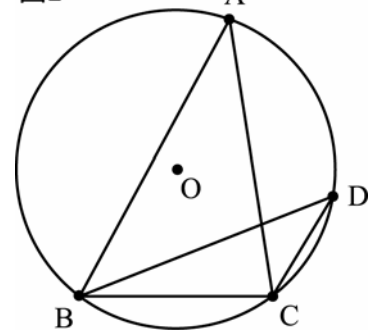
ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1



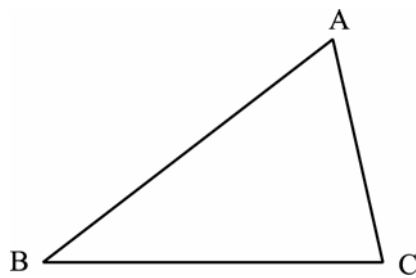
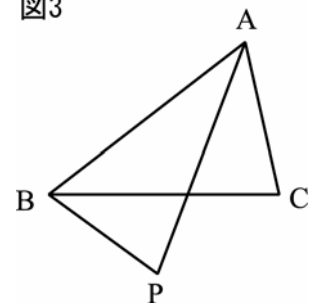
- (8) 右の図2のように円Oの周上に4点A、B、C、Dがある。
点Aと点B、点Aと点C、点Bと点D、点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。 $AB \parallel DC$ 、 $\angle BDC = 40^\circ$ 、 $\angle DBC = 20^\circ$ のとき、 $\angle BCA$ の大きさは何度か。

図2



- (9) 右の図3で、 $\triangle ABP$ は、頂点Pが $\triangle ABC$ の内角である $\angle BAC$ の二等分線上にあり、 $AB = AP$ の二等辺三角形である。右に示した図をもとにして、 $\triangle ABP$ を、定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図3



- 2 ある中学校の数学の授業で、[先生が示した問題]を皆で考えた後、生徒一人一人が図形の条件を変えて問題づくりに取り組んだ。
次の各問いに答えよ。

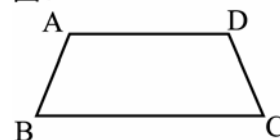
[先生が示した問題]

a 、 b 、 h を正の数とする。

右の図1で、四角形ABCDは、 $AD \parallel BC$ 、 $AD = a$ cm、 $BC = b$ cmの台形であり、頂点Aから2つの頂点B、Cを通る直線までの距離は h cmである。

四角形ABCDの面積を P cm²とすると、 P を a 、 b 、 h を用いた式で表しなさい。

図1



Sさんは、[先生が示した問題]の答えを次の形の式で表した。
Sさんの答えは正しかった。

<Sさんの答え> $P = \frac{1}{2}h(\quad)$

- (1) <Sさんの答え>の $\quad$ に当てはまる式を書け。

Tさんは、次の問題をつくった。

[Tさんが作った問題]

a を0より大きく180より小さい数、 c 、 d 、 r 、 l 、 m を正の数、 $c > d$ とする。

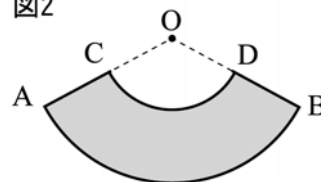
右の図2で、灰色で示した図形は、半径が c cm、中心角が $\angle AOB = a^\circ$ のおうぎ形OABに、半径が d cm、中心角が $\angle COD = a^\circ$ のおうぎ形OCDを、点C、点Dが、それぞれ半径OA、半径OB上にあるように作り、おうぎ形OABからおうぎ形OCDを除いた残りの図形を表している。

灰色で示した図形の面積を Q cm²とする。

$CA = r$ cm、弧 $CD = l$ cm、弧 $AB = m$ cm とするとき、 $Q = \frac{1}{2}r(l + m)$

となることを確かめなさい。

図2



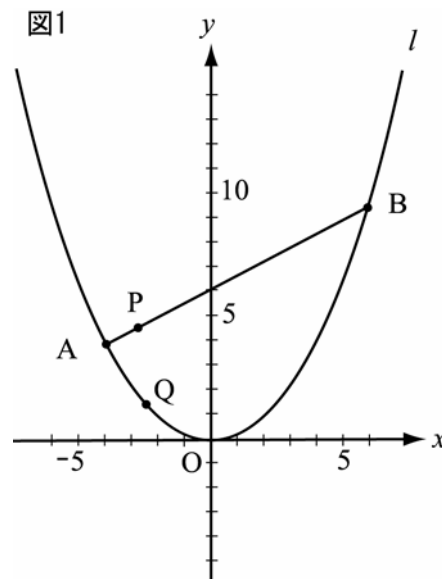
- (2) [Tさんが作った問題]で $Q = \frac{1}{2}r(l + m)$ となることを証明せよ。

ただし、円周率は π とする。

3 右の図1で、点Oは原点、曲線 l は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。点A、点Bはともに曲線 l 上にあり、 x 座標はそれぞれ-4、6である。点Aと点Bを結ぶ。線分AB上にある点をPとする。曲線 l 上にあり、 x 座標が点Pの x 座標と等しい点をQとする。

座標軸の1目盛りを1cmとして、次の各問に答えよ。

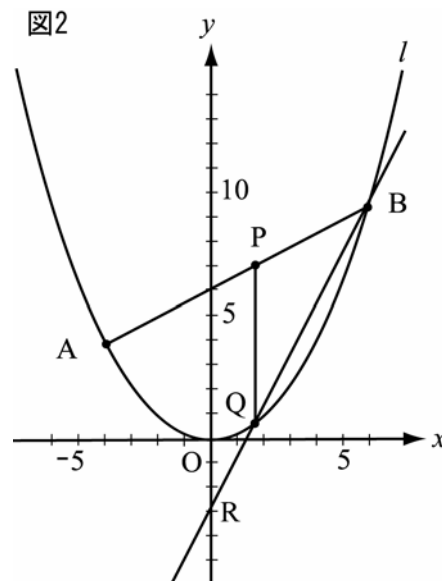
- (1) 点Qの y 座標を a とする。点Pが線分AB上を点Aから点Bまで動くとき、 a のとり値の範囲を不等号を使って、
 a で表せ。



- (2) 図1において、点Pが y 軸上にあるとき、2点B、Qを通る直線の式を求めよ。

- (3) 右の図2は、図1において、点Pの x 座標が6より小さい正の数するとき、点Pと点Qを結び、2点B、Qを通る直線と y 軸との交点をRとした場合を表している。

線分PQの長さが6cmのとき、線分BQの長さと線分QRの長さの比をもっとも簡単な整数の比で表せ。



4 右の図1で、四角形 ABCD は正方形である。

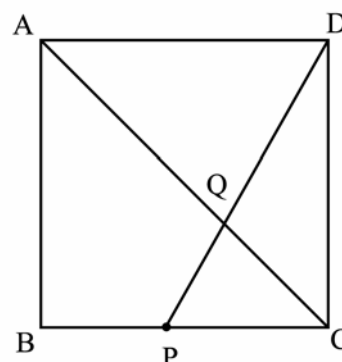
頂点 A と頂点 C を結ぶ。点 P は正方形 ABCD の辺 BC 上にある点で、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない。

頂点 D と点 P を結び、対角線 AC との交点を Q とする。

次の各問に答えよ。

- (1) 図1において、 $\angle DPC = a^\circ$ とするとき、 $\angle DQC$ の大きさを a を用いた式で表せ。

図1



- (2) 右の図2は、図1において、点 Q を通り線分 DP と垂直に交わる直線をひき、辺 BC を C の方向に延ばした直線との交点を R とした場合を表している。

次の 、 に答えよ。

$\angle DPC$ $\angle RPQ$ であることを証明せよ。

図2

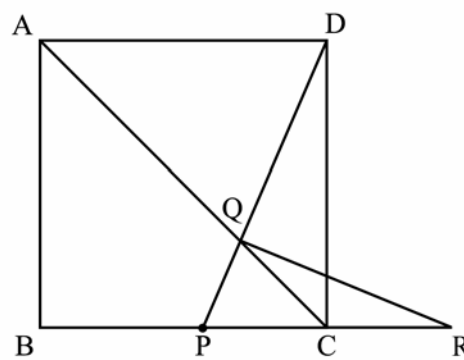


図2において、頂点 B と点 Q を結んだ場合を考える。

$AB = 12\text{cm}$ 、 $BP = 8\text{cm}$ のとき、 $\triangle BRQ$ の面積は何 cm^2 か。

5 右の図 1 に示した立体 $ABC - DEF$ は、 $AB = 8\text{cm}$ 、 $AC = 4\text{cm}$ 、 $AD = 8\text{cm}$ 、 $\angle CAB = 60^\circ$ 、 $\angle BAD = \angle CAD = 90^\circ$ の三角柱である。

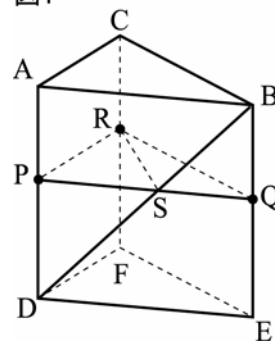
点 P 、点 Q 、点 R は、それぞれ辺 AD 、辺 BE 、辺 CF 上にある点で、 $AP = BQ = CR$ である。

頂点 B と頂点 D 、点 P と点 Q 、点 Q と点 R 、点 R と点 P をそれぞれ結ぶ。線分 BD と線分 PQ との交点を S とし、点 R と点 S を結ぶ。

次の各問に答えよ。

(1) 点 P が辺 AD の中点となるときの、線分 RS の長さは何 cm か。

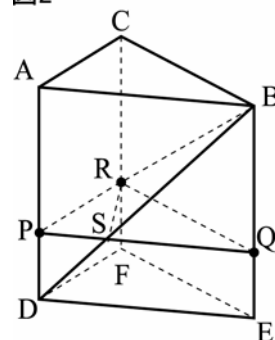
図1



(2) 右の図 2 は、図 1 において、頂点 B と点 R を結んだ場合を表している。 $QS = QR$ となるときの、立体 $B - QRS$ の体積は何 cm^3 か。

ただし、答えに根号がふくまれるときは、根号をつけたままで表せ。

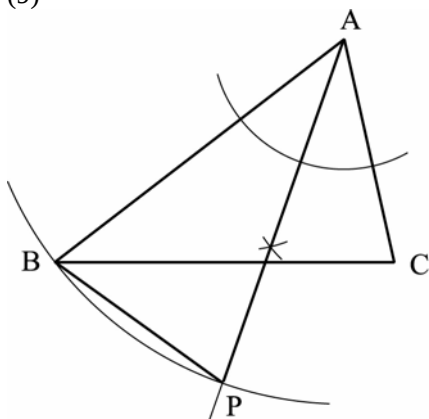
図2



【解答】

1

- (1) 6
- (2) $8a + 7b$
- (3) $-4\sqrt{2}$
- (4) $x = -5$
- (5) $x = 2, -1$
- (6) $x = -9, 8$
- (7) $\frac{3}{5}$
- (8) 80°
- (9)



2

- (1) $a + b$
- (2)

$$Q = \pi c^2 \times \frac{a}{360} - \pi d^2 \times \frac{a}{360}$$

$$= \frac{\pi a}{360} (c + d)(c - d) \dots \dots$$

また、 $r = c - d$

$$l + m = 2\pi d \times \frac{a}{360} + 2\pi c \times \frac{a}{360}$$

$$= \frac{\pi a}{180} (c + d)$$

よって、

$$\frac{1}{2} r(l + m) = \frac{1}{2} \times (c - d) \times \frac{\pi a}{180} (c + d)$$

$$= \frac{\pi a}{360} (c + d)(c - d) \dots \dots$$

、 より、

$$Q = \frac{1}{2} r(l + m)$$

3

- (1) 0 a 9
- (2) $y = \frac{3}{2}x$
- (3) $BQ : QR = 2 : 1$

4

- (1) $a + 45$ (度)
- (2)

(証明)

DPC と RPQ において、
仮定より、

$$\angle DCP = \angle RQP = 90^\circ \dots \dots \dots$$

共通な角だから、

$$\angle DPC = \angle RPQ \dots \dots \dots$$

、 より、2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\angle DPC = \angle RPQ$

$$27\text{cm}^2$$

5

- (1) 4cm
- (2) $16\sqrt{3}\text{cm}^3$