1 次の問いに答えなさい。

(1)　$(-4)\times(-2)$ を計算しなさい。

(2)　$\dfrac{1}{5}a+\dfrac{2}{3}a$ を計算しなさい。

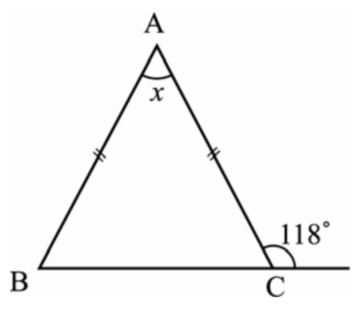
(3)　$3(3x-y)-(2x-y)$ を計算しなさい。

(4)　$\sqrt{18}+\sqrt{2}$ を計算しなさい。

(5)　$(x-4)(x+4)$ を展開しなさい。

(6)　y は x に反比例し、$x=3$ のとき $y=1$ である。y を x の式で表しなさい。

(7)　右の図で、AB＝AC のとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

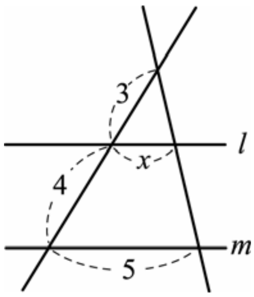


(8)　点(4, 3)と y 軸について対称な点の座標を求めなさい。

(9)　連立方程式$\begin{cases} x-y=15 \\ 3x+y=9 \end{cases}$を解きなさい。

(10)　$8a-b=c$ を a について解きなさい。

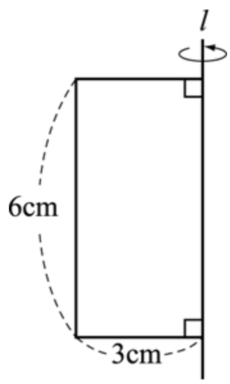
(11)　右の図で、$l // m$ のとき、x の値を求めなさい。



(12)　2 次方程式 $x^2+7x-18=0$ を解きなさい。

(13)　絶対値が 2 以下である整数は全部でいくつあるか。

(14)　右の図の長方形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



2　次の問いに答えなさい。

(1)　大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、出る目の数の積が奇数になる確率を求めなさい。

(2)　図 1 のような平行四辺形 ABCD がある。この平行四辺形を図 2 のように、頂点 B が頂点 D に重なるように 2 つに折ったときにできる折り目 PQ を作図しなさい。ただし、作図には定規とコンパスを使い、また、作図に用いた線は消さないこと。

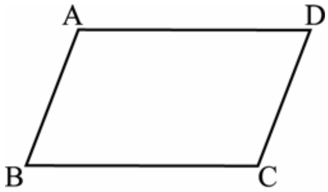


図1

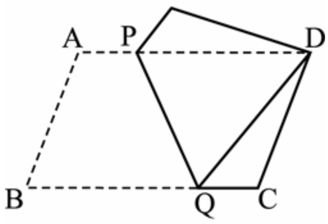
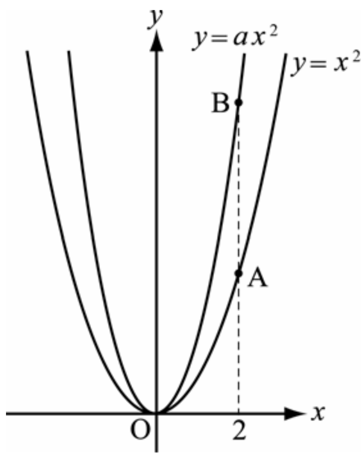


図2

(3)　右の図のように、2 つの関数 $y=x^2$、$y=ax^2$ $(a>1)$のグラフ上の x 座標が 2 である点をそれぞれ A、B とする。AB＝2 となるときの a の値を求めなさい。



3 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　一の位が 0 でない 2 けたの自然数と、その自然数の一の位の数と十の位の数を入れかえてできる自然数との和は、11 の倍数になる。このことを、もとの自然数の十の位の数を a、一の位の数を b として、式を用いて説明しなさい。

(2)　先生は、春子さんと太郎さんに次のような問題を出した。

〔問題〕下の表は、インターネット接続業者である、A 社と B 社の 1 か月の利用時間と料金の関係を表したものである。1 か月の利用時間が同じとき、2 つの業者の料金が等しくなるのは、利用時間が何分のときか。また、そのときの料金はいくらか。ただし、300 分を超えて利用した場合について考えるものとし、1 分未満の利用時間は切り上げ、利用時間は 1 分単位で計算するものとする。

<table>
<tr><td>業者名</td><td colspan="2">1 ヶ月の利用時間と料金</td></tr>
<tr><td rowspan="2">A 社</td><td>利用時間が 0 分から 300 分までの場合</td><td>利用時間が 300 分を超えた場合</td></tr>
<tr><td>1200 円</td><td>300 分を超えた分について、1 分につき 5 円ずつ 1200 円に加算する。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B 社</td><td>利用時間が 0 分から 240 分までの場合</td><td>利用時間が 240 分を超えた場合</td></tr>
<tr><td>600 円</td><td>240 分を超えた分について、1 分につき 7 円ずつ 600 円に加算する。</td></tr>
</table>

春子さんと太郎さんは、この問題に対して次のように考えた。

〔春子さんの考え方〕

利用時間の変化にともなって、2 つの業者の料金の差がどのように変化するかを表を作って調べ、求めることにした。

〔太郎さんの考え方〕

1 か月の利用時間を x 分として、A 社の料金と B 社の料金をそれぞれ x を用いて表し、方程式をつくり求めることにした。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

①　次の表は、春子さんが作った表の一部である。次の $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を求めなさい。

利用時間	300 分	301 分	302 分	・・・
A 社の料金	1200 円	1205 円	1210 円	・・・
B 社の料金	円	円	円	・・・
2 つの業者の料金の差	$\boxed{\text{ア}}$ 円	円	円	・・・

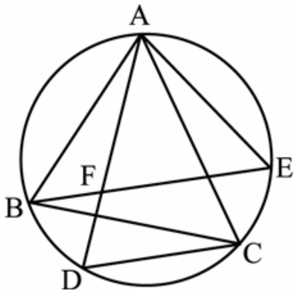
この表から、300 分を超えて利用すると、1 分ごとに料金の差が $\boxed{\text{イ}}$ 円ずつ縮まることに春子さんは気づき、2 つの業者の料金の差が 0 円になる利用時間と料金を求めた。

② 太郎さんの考え方を利用して x の方程式をつくり、利用時間と料金を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

4　次の問いに答えなさい。

(1)　右の図のように、円周上の 3 点 A、B、C を頂点とする△ABC がある。点 A をふくまない方の弧 BC 上に点 D をとり、点 B を通り DC に平行な直線と円との交点を E とし、BE と AD の交点を F とする。

　このとき、△ABF∽△ACE を証明しなさい。



(2)　図 1 は、円錐の展開図である。側面の展開図のおうぎ形は、半径 6cm、中心角 180 ° になっている。

　このとき、次の問いに答えなさい。

①　底面の円の半径を求めなさい。

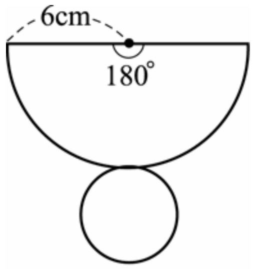


図1

②　図 1 の展開図を組み立てた円錐の頂点を O、底面の円の直径を AB、OB の中点を M とする。図 2 のように、側面上に A と M を最短の長さで結ぶ線をひくとき、その線の長さを求めなさい。

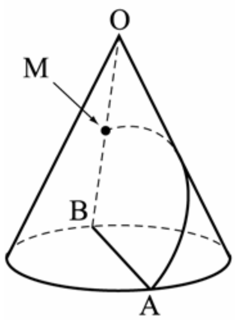


図2

5　図 1 のような、1 辺の長が 4cm の正方形 M と、縦 4cm、横 2cm の長方形 S、T がある。次の問いに答えなさい。

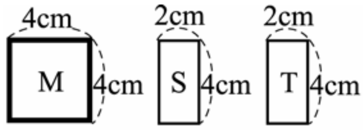


図1

(1)　図 2 のように、S と T の間を 2cm あけて直線 l 上に固定し、M を S に接するように直線 l 上に置いた。M は、図 2 の状態から動き始め、毎秒 1cm の速さで直線 l に沿って矢印の方向に進み、図 3 のような状態を経て、図 4 の状態になるまで移動する。動き始めてから x 秒後の M と S、M と T が重なった部分の面積の和を $y$cm^2 とする。

このとき、次の問いに答えなさい。

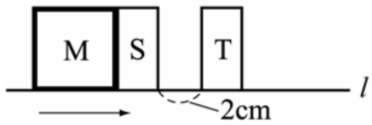


図2

図3

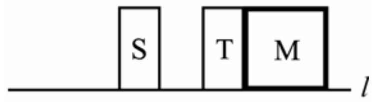
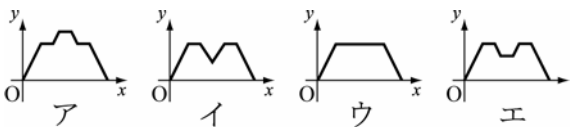


図4

①　M が動き始めてから 2 秒後までの、x と y の関係を式で表しなさい。

②　x と y の関係を表すグラフとして適するものを、ア、イ、ウ、エのうちから 1 つ選んで記号で答えなさい。



(2)　図 5 のように、T を横にし、S と T の間を 2cm あけて直線 l 上に固定し、M を S に接するように直線 l 上に置いた。M は、図 5 の状態から動き始め、毎秒 1cm の速さで直線 l に沿って矢印の方向に進み、図 6 のような状態を経て、図 7 の状態になるまで移動する。動き始めてから x 秒後の M と S、M と T が重なった部分の面積の和を $y$cm^2 とする。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

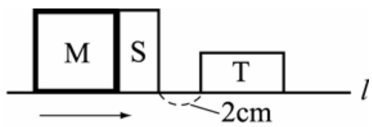


図5

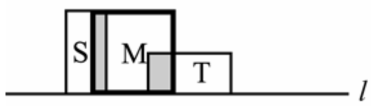


図6

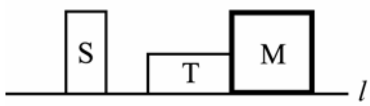


図7

①　x の変域が $2 \leqq x \leqq 8$ のとき、y の変域を求めなさい。

②　M と S が重なった部分の面積と、M と T が重なった部分の面積が等しくなるのは M が動き始めてから何秒後か。ただし、$y=0$ の場合は除くものとする。また、途中の計算も書くこと。

6　図1のように、平面上に垂直に交わる2本の直線 l、m をひき、交点に黒の碁石を置いた。l および l に平行な直線を横線、m および m に平行な直線を縦線と呼ぶことにする。
横線をひくときは、それまでにひいた横線の上側にひき、縦線をひくときは、それまでにひいた縦線の右側にひく。また、横線と縦線は必ず交わるようにひく。このとき、次の規則に従って交点に碁石を置く。

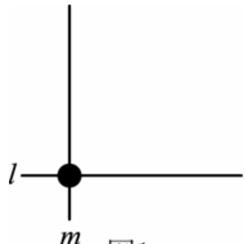


図1

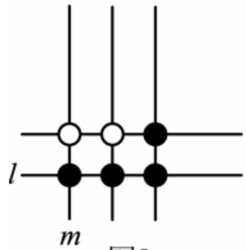


図2

規則
ア）　横線をひいたとき、縦線との交点には白の碁石を置く。
イ）　縦線をひいたとき、横線との交点には黒の碁石を置く。

たとえば、図 1 の状態に縦線、横線、縦線の順に線をひくと、碁石の並び方は図2のようになる。
このとき、次の問いに答えなさい。

(1)　図 1 の状態に縦線、縦線、横線の順に線をひいたとき、置かれた白の碁石の個数を求めなさい。

(2)　図1の状態に横線2本、縦線2本をいろいろな順にひくとき、置かれる白黒の碁石の並び方は全部で何通りあるか。

(3)　操作Aを次のように定め、規則に従って操作Aをくり返し行うとき、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、1回目の操作Aは図1の状態に行い、2回目以降の操作Aは、直前の操作Aが終わった状態に行う。

操作A：横線を連続して a 本ひき、次に縦線を連続して a 本ひく。

①　$a=3$ のとき、操作Aを n 回くり返し行った。このとき、n 回目の操作で新たに置かれた白の碁石の個数を求めなさい。

②　操作Aを5回くり返し行った。図1で置いた黒の碁石もふくめて、黒の碁石の個数は、白の碁石の個数より246個多かった。このとき、a の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

【解答】

1

(1)　8

(2)　$\dfrac{13}{15}a$

(3)　$7x-2y$

(4)　$4\sqrt{2}$

(5)　x^2-16

(6)　$y=\dfrac{3}{x}$

(7)　56°

(8)　(－4, 3)

(9)　$x=6,\ y=-9$

(10)　$a=\dfrac{b+c}{8}$

(11)　$x=\dfrac{15}{7}$

(12)　$x=-9,\ 2$

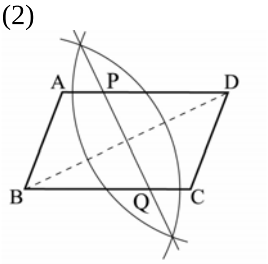
(13)　5 個

(14)　54π　cm^3

2

(1)　$\dfrac{1}{4}$

(2)



(3)　$a=\dfrac{3}{2}$

3

(1)

もとの自然数は $10a+b$、十の位と一の位を入れかえてできる自然数は $10b+a$ とあらわすことができる。

2 つの数の和は、

$(10a+b)+(10b+a)=11a+11b$

$=11(a+b)$

$(a+b)$は自然数だから、

2 つの数の和は 11 の倍数となる。

(2)

①

ア　180

イ　2

②

A 社の料金は $1200+5(x-300)$ (円)

B 社の料金は $600+7(x-240)$ (円)と表せる。

これが等しくなるので、

$1200+5(x-300)=600+7(x-240)$

$5x-7x=-780$

$2x=780$

$x=390$

よって、利用時間 390 分のとき、両者の料金が等しくなる。

料金は、1200＋5(390－300)＝1650 より、1650 円。

4

(1)

(証明)

△ABF と△ACE において、

弧 AE に対する円周角だから、

∠ABF＝∠ACE・・・・・・①

弧 CE に対する円周角だから、

∠CAE＝∠CBE・・・・・・②

BE//DC で平行線の錯角は等しいから、

∠CBE＝∠DCB・・・・・・③

弧 BD に対する円周角だから、

∠DCE＝∠BAD・・・・・・④

②、③、④より、

∠CAE＝∠BAF・・・・・・⑤

①、⑤より、

2 組の角がそれぞれ等しいから、

△ABF∽△ACE

(2)

①　3cm

②　$3\sqrt{5}$　cm

5

(1)

①　$y=4x$

②　ウ

(2)

①　4≦y≦8

②

M と S の重なった部分の面積は $-4x+24$ (cm^2)

M と T の重なった部分の面積は $2x-8$ (cm^2)

と表せる。

両方の面積が等しくなるので、

$-4x+24=2x-8$

$6x=32$

$x=\dfrac{16}{3}$ よって、$\dfrac{16}{3}$ 秒後

6

(1)　3 個

(2)　6 通り

(3)

①　$9n-6$ (個)

②
操作 A を 5 回くり返したとき、
白の碁石の和は
$a+a(a+1)+a(2a+1)+a(3a+1)+a(4a+1)$
黒の碁石の和は
$1+a(a+1)+a(2a+1)+a(3a+1)+a(4a+1)+a(5a+1)$

差が 246 個なので、白の碁石の和－黒の碁石の和
＝246
すなわち、
$1+a(a+1)+a(2a+1)+a(3a+1)+a(4a+1)+a(5a+1)$
－
｛ $a+a(a+1)+a(2a+1)+a(3a+1)+a(4a+1)$ ｝＝
246
$1+a(5a+1)-a$ ＝246
$5a^2=245$
$a^2=49$
$a=\pm 7$
$a=-7$ は問題にあわない。
よって、a＝7