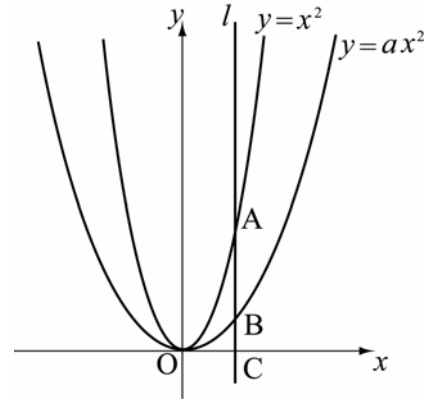


2005 宮城 A5(2) 難易度

5

- (2) a を正の数とします。右の図のように y 軸に平行な直線 l が、関数 $y = x^2$ のグラフ、関数 $y = ax^2$ のグラフ、 x と交わる点をそれぞれ A、B、C とします。
 $AB = 2BC$ のとき、 a の値を求めなさい。



【解答】

5

(2) $\frac{1}{3}$

【解説】

x 座標に媒介変数を使って解きますが、途中でちゃんと変数が消去されてしまいます。
つまり、0 以外のどんな x についても $AB=2BC$ が成り立つということです。

A、B、C の x 座標はすべて同じです。この x 座標を t としておきましょうか。
すると、それぞれの点の座標を $A(t, t^2)$ 、 $B(t, at^2)$ 、 $C(t, 0)$ と表すことができます。

AB の長さは A の y 座標から B の y 座標を引けば出ますので、 $AB = t^2 - at^2$
BC の長さは B の y 座標ですから $BC = at^2$

$AB = 2BC$ に代入して方程式を解きます。

$$t^2 - at^2 = 2at^2$$

$$t^2 - 3at^2 = 0$$

$$t^2(1 - 3a) = 0$$

$$1 - 3a = 0$$

$$-3a = -1$$

$$a = \frac{1}{3}$$