

2005 茨城 6 難易度(1) (2)

6

太郎さんと花子さんは、右のようなかけ算九九の表を見て、
次のこと気にがついた。

太郎さんが気づいたこと

表の中で、(例 1)のように、横に隣り合う 3 つの数を四角の枠で囲むとき、枠で囲まれた 3 つの数の和は、
まん中の数の 3 倍になる。

(例 1) $\boxed{6 \ 9 \ 12}$ のとき、 $6 + 9 + 12 = 9 \times 3$

花子さんが気づいたこと

表の中で、(例 2)のように、縦、横 2 個ずつ並んだ 4 つの数を四角の枠で囲むとき、枠で囲まれた左上の数と右下の数の和から、右上の数と左下の数の和を引くと 1 になる。

(例 2) $\boxed{\begin{matrix} 10 & 12 \\ 15 & 18 \end{matrix}}$ のとき、 $(10 + 18) - (15 + 12) = 1$

このとき、次の(1)、(2)の間に答えなさい。

(1) 太郎さんが気づいたことを使って、かけ算九九の表の中に、横に隣り合う 3 つの数の和が 60 の倍数になる四角の枠は何個できるか求めなさい。

(2) 花子さんは気づいたことを次のように証明した。 、 にはあてはまる式を、 には証明の続きを書いて、証明を正しく完成させなさい。

(証明)

縦、横 2 個ずつ並んだ 4 つの数を四角の枠で囲む。枠で囲まれた左上の数のかけられる数を a 、かける数を b とする。

このとき、左上の数は ab 、右上の数は $\boxed{\quad}$ 、左下の数は $\boxed{\quad}$ 、右下の数は $\boxed{\quad}$ と a, b を使って

表せるから、

$$\boxed{\quad}$$

したがって、枠で囲まれた左上の数と右下の数の和から、右上の数と左下の数の和を引くと 1 になる。

	かける数								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

の部分の 8 は、かけられる数が 4、かける数が 2 で、 4×2 の値を表している。

【解答】

6

(1) 4 個

(2) $a(b+1)$ $(a+1)b$ $(a+1)(b+1)$

左上の数と右下の数の和は、

$$ab + (a+1)(b+1)$$

右上の数と左下の数の和は、

$$a(b+1) + (a+1)b$$

引くと、

$$\{ ab + (a+1)(b+1) \} - \{ a(b+1) + (a+1)b \}$$

$$= (ab + ab + a + b + 1) - (ab + a + ab + b)$$

$$= 2ab + a + b + 1 - 2ab - a - b$$

$$= 1$$

【解説】

問題文が長くて読むのが面倒かもしれません、読んでみるとわりと楽にできます。

(1) 60 の倍数は 60、120、180、240 です。

太郎さんが気がついたことを使うと、真ん中の数字が 20、40、60、80 になっているところがいくつあるかを数えればよいことになります。