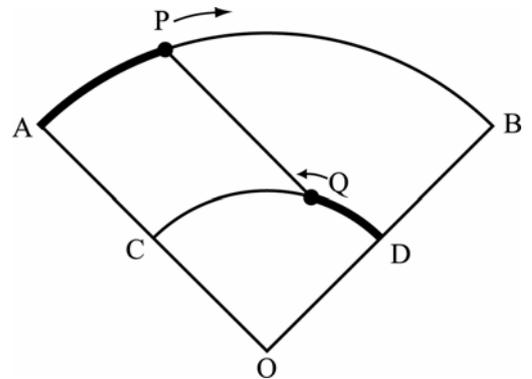


2005 茨城 5 難易度(1) (2)

5

右の図のように、半径が4cm、中心角が $\angle AOB=90^\circ$ のおうぎ形 OAB がある。線分 OA 、 OB の中点をそれぞれ C 、 D とするとき、中心角が $\angle COD=90^\circ$ のおうぎ形 OCD をつくる。点 P は点 A を出発し、 AB 上を一定の速さで動き、4秒で点 B に到着する。点 Q は点 D を出発し、 DC 上を一定の速さで動き、4秒で点 C に到着する。2点 P 、 Q は、それぞれ2点 A 、 D を同時に出発する。



このとき、次の(1)、(2)の間に答えなさい。

(1) 線分 PQ の長さが最小となるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

(2) 初めて $\angle PQO=90^\circ$ になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

【解答】

5

(1) 2 秒後

(2) $\frac{2}{3}$ 秒後

【解説】

「点 P と点 Q は 1 秒で何 cm 進むんだろう？」と「長さ」で考えると面倒くさくなります。それより、「1 秒で何度進むんだろう？」と「角度」で考えるとすっきり解けます。

(1) は角度で考えてもらうための誘導問題でしょうか。

(1) 点 P と点 Q がちょうど半分進んだときに最短となるので、答えは 4 秒の半分で 2 秒後。

(2) どんな場合に $\angle PQO = 90^\circ$ になるかに気がつくのが一番大変です。ヒントは $AO = 4\text{cm}$ 、 $CO = 2\text{cm}$ 。問題にあう直角三角形 PQO を考えると、 $PO = 4\text{cm}$ 、 $OQ = 2\text{cm}$ となりますので、正三角形を半分にした、例の特別な直角三角形となります。

つまり、 $\angle POQ = 60^\circ$ となるのがいつなのかを考えればよいのです。

点 P が点 A から点 B まで進む間に、 $\angle AOP$ は 0° から 90° まで変化します。

点 P が点 A から点 B まで進むのに 4 秒かかりますから、

点 P は「4 秒で 90° 」進みます。

つまり、「1 秒で $\frac{45}{2}^\circ$ 」進みます。

点 Q も同じです。

$\angle POQ$ が 60° になる場合を考えます。

点 P と点 Q があわせて 30° 進んだとき、つまり点 P と点 Q がそれぞれ 15° ずつ進んだとき $\angle POQ$ が 60° になります。

点 P、点 Q がそれぞれ 15° 進むのには何秒かかるかというと、1 秒で $\frac{45}{2}^\circ$ 進んでいますから、

$$15 \div \frac{45}{2} = \frac{2}{3}$$

よって、 $\frac{2}{3}$ 秒後となります。