

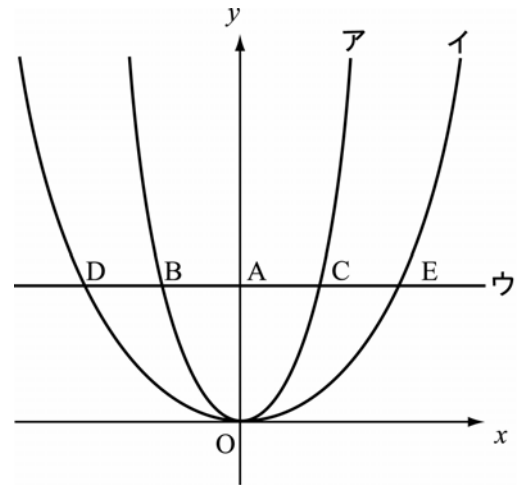
2005 茨城 4 難易度(1) (2)

4

右の図において、曲線アは関数の $y = x^2$ のグラフであり、
 曲線イは関数 $y = ax^2$ のグラフである。直線ウは、 y 軸上の y
 座標が正である点 A を通り、 x 軸に平行な直線である。曲線
 アと直線ウとの2つの交点を x 座標が小さい方から順に B 、
 C とする。曲線イと直線ウとの2つの交点を x 座標が小さい
 方から順に D 、 E とする。

このとき、次の(1)(2)の問いに答えなさい。ただし、 $a > 0$
 で、 O は原点、座標の目盛りの単位は cm とする。

(1) 点 A の y 座標が 2 のとき、 OCB の面積を求めなさい。



(2) $DE = 2BC$ のとき、 a の値を求めなさい。

【解答】

4

(1) $2\sqrt{2} \text{ cm}^2$

(2) $a = \frac{1}{4}$

【解説】

- (1) A の y 座標が 2 であることから、B、C の座標を求めることができます。
(2) 放物線ア、イは y 軸について対称なので、 $DE = 2BC$ ということは $AE = 2AC$ と同じことです。

A、C、E の y 座標が同じなので、これを媒介変数 t を用いて表しましょう。

それぞれの座標は $A(0, t)$ 、 $C(\sqrt{t}, t)$ 、 $E(\sqrt{\frac{t}{a}}, t)$ となります。

$AC = \sqrt{t}$ 、 $AE = \sqrt{\frac{t}{a}}$ より、 $AE = 2AC$ に代入して方程式を作ると、

$$\sqrt{\frac{t}{a}} = 2\sqrt{t}$$

両辺を 2 乗して

$$\frac{t}{a} = 4t$$

両辺を a 倍して

$$t = 4at$$

t を移行して整理して

$$4at - t = 0$$

$$t(4a - 1) = 0$$

$$t = 0, a = \frac{1}{4}$$

$t > 0$ なので、

$$a = \frac{1}{4}$$