1 次の計算をしなさい。

(1) $(-2)-(+7)$

(2) $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

(3) -4^2+6^2

(4) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}+\sqrt{12}$

(5) $10x^3y^2\div 5xy$

(6) $9(x-y)-7(2x-y)$

2 次の問題に答えなさい。

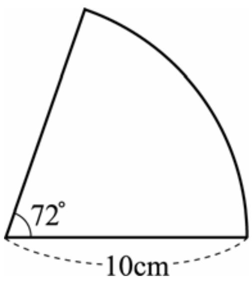
(1) 1 個 a 円のケーキを 7 個と、1 本 b 円のジュースを 4 本買ったときの代金の合計は何円か。文字を使った式で表しなさい。

(2) $4x^2-1$を因数分解しなさい。

(3)　ある紙 100 枚の重さは 800g である。これと同じ紙 x 枚の重さを y g とするとき、y を x の式で表しなさい。

(4)　1 から 6 までの目のついた 2 つのさいころ A、B を同時に 1 回投げる。このとき、A のさいころの出る目の数が、B のさいころの出る目の数よりも大きくなる確率を求めなさい。
　ただし、A、B のさいころの目の出方は、どれも同様に確からしいものとする。

(5)　右の図は、半径 10cm、中心角 72 ° のおうぎ形である。
このおうぎ形の弧の長さを求めなさい。

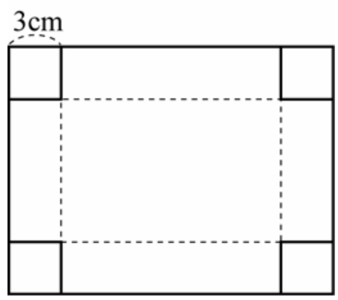


3　直美さんと和也さんは、数学の授業で、方程式を利用する問題づくりをした。

このとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

(1)　直美さんは、次のような問題と、それを解くための方程式をつくった。

【問題】
　右の図のように、横が縦より 4cm 長い長方形の厚紙がある。その 4 すみから 1 辺が 3cm の正方形を切り取り、残りを点線で折り曲げて箱を作ったら、容積が 180cm^3 になった。もとの長方形の縦の長さを求めなさい。
【方程式】
$3\underline{(x-6)(x-2)}=180$



この【問題】の図で、【方程式】の $\underline{(x-6)(x-2)}$ が表す部分を塗りつぶしなさい。

(2)　和也さんは、次のような問題と、それを解くための方程式をつくったが、和也さんがつくった問題には不十分なところがあった。
　このとき、次の①、②に答えなさい。

【問題】
　A さんは、家から 1200m 離れた学校まで行くのに、家を出発して、はじめは毎分 60m の速さで歩いていた。遅刻しそうになったので、途中から走ったら、家を出発してから学校に着くまで 14 分かかった。A さんが歩いた道のりと走った道のりを求めなさい。
【方程式】

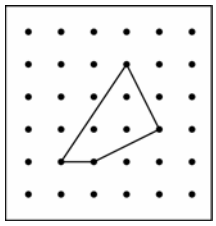
$$\begin{cases} x+y=1200 \\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{180}=14 \end{cases}$$

①　和也さんがつくった連立方程式から考えて、この【問題】に不足している条件を数値も含めて書きなさい。

②　この【問題】に①の条件を付け加えた問題は、和也さんがつくった【方程式】とは別の方程式でも解くことができる。和也さんが考えたものとは異なる数量を x、y とおいた連立方程式をつくりなさい。(単に x と y を交換しただけのものは除く。)
　また、その方程式を解いて、A さんが歩いた道のりと走った道のりを求めなさい。ただし、計算の過程も書きなさい。

(3)　方程式 $1000-80x=360$ を利用して解く問題を、2 人にならって、1 題つくりなさい。また、何を x とおいたか書きなさい。
　ただし、つくった問題は解かなくてよい。

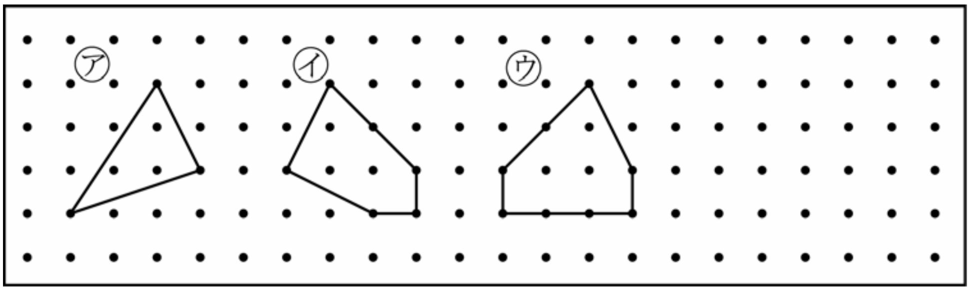
4　右の図のように、縦、横ともに 1cm 間隔に並んでいる点がある。



　正美さんは、これらの点を頂点とする多角形では、多角形の「内部の点の数」と「周上の点の数」だけが分かれば、「多角形の面積」が求められることを知り、そのことについて調べることにした。

　このとき、次の問いに答えなさい。

(1)　正美さんは内部の点の数を 3 個に固定して多角形ア、イ、ウをかき、そのときの「周上の点の数」と「多角形の面積」を調べて、下の表にまとめた。



多角形	ア	イ	ウ	エ
周上の点の数(個)	3	6	8	9
多角形の面積(cm^2)	3.5	5	6	A

　このとき、次の①、②に答えなさい、

①　正美さんにならって、「内部の点の数」が 3 個で、「周上の点の数」が 9 個となる多角形エをかきなさい。また、表中の A の値を求めなさい。

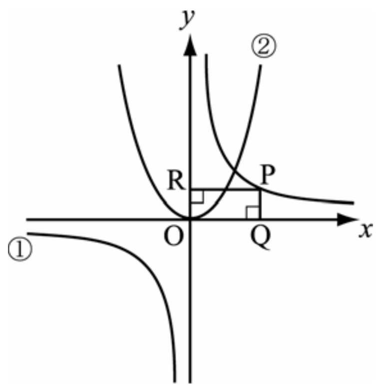
②　正美さんは、図や表を見て、「周上の点の数」を x 個、そのときの「多角形の面積」を y cm^2 とすると、x が 1 増えると、y も一定の値だけ増えることに気付いた。
　その値を求めなさい。また、y を x の式で表しなさい。
　ただし、x は 3 以上の自然数とすること。

(2)　正美さんは、次に、多角形ウをもとにして、周上の点の数を 8 個に固定し、「内部の点の数」をいろいろと変えて多角形をつくった。

　そして、「内部の点の数」を x 個、そのときの「多角形の面積」を y cm^2 として、x と y の関係を調べたところ、y は x の関数になることに気付いた。
このとき、y を x の式で表しなさい。
ただし、x は 0 以上の整数とすること。

5　右の図において①は $xy=8$ で表される反比例のグラフであり、②は関数 $y=ax^2\,(a>0)$ のグラフである。①上に x 座標が正である点 P をとり、点 P から x 軸、y 軸にひいた垂線と x 軸、y 軸との交点を、それぞれ Q、R とする。

　このとき、次の問いに答えなさい。



(1)　点 P の x 座標が 4 であるとき、四角形 OQPR の対角線 OP の長さを求めなさい。

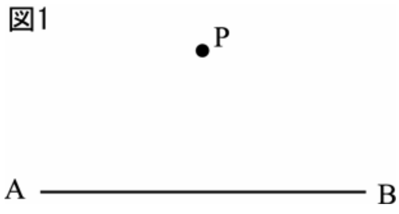
(2)　四角形 OQPR が正方形となるとき、次の①、②に答えなさい。

①　この正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

②　この正方形を、頂点 O を中心として左まわりに回転させたとき、頂点 Q、R が同時に②上にきた。a の値を求めなさい。

6　**図 1** のように、線分 AB と、AB 上にない点 P がある。点 P を通り、線分 AB に垂直な直線の作図について、次の問いに答えなさい。

(1)　中心が点 P で、線分 AB と 2 点で交わる弧を最初にかく方法により、点 P を通り、線分 AB に垂直な直線を**図 1** に作図しなさい。
ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図1


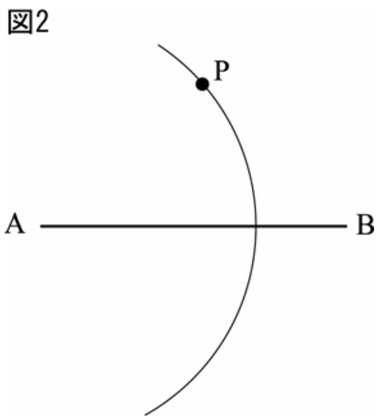
(2)　この作図には、次のような方法も考えられる。

〔方法〕
ア　点 A を中心として、点 P を通る弧をかく。
イ　$\boxed{\qquad\qquad}$をかき、アでかいた弧との 2 つの交点のうち、P と異なる点を Q とする。
ウ　直線 PQ をひく。

右の**図 2** は、上の方法のアまで作図したものである。このとき、次の①、②に答えなさい。

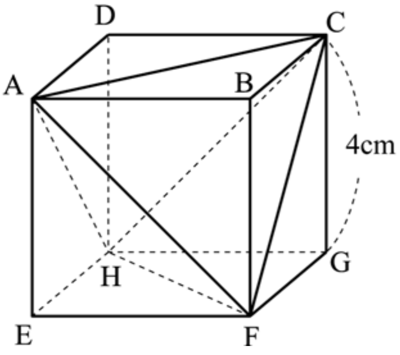
①　方法のアとイによって、AP＝AQ と BP＝BQ が同時に成り立つように、②の$\boxed{\qquad\qquad}$に当てはまる言葉を書きなさい。

②　AP＝AQ、BP＝BQ を仮定として、AB⊥PQ であることを証明しなさい。

図2


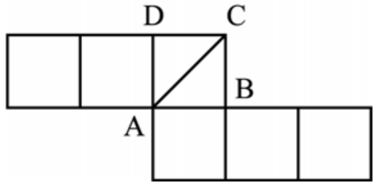
7　**図 1** は、1 辺の長さが 4cm の立方体の各面に、対角線 AC、AF、AH、CF、CH、FH をひいたものである。
　このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

図1



(1)　**図 2** は、**図 1** の立方体の展開図に対角線 AC をかき入れたものである、**図 2** に対角線 AF、AH、CF、CH、FH をかき入れなさい。
　ただし、頂点の記号は書かなくてもよい。

図2



(2)　**図 1** を見ると、この立方体は、四面体が 5 個集まったものとみることができる。
　このとき、次の①、②に答えなさい。

①　これらの四面体のうち、点 B を 1 つの頂点とする四面体の表面積を求めなさい。

②　この立方体の体積と、AC、AF、AH、CF、CH、FH を辺とする四面体の体積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

【解答】

1

(1)　－9

(2)　$\dfrac{2}{5}$

(3)　20

(4)　$3\sqrt{3}$

(5)　$2x^2y$

(6)　$-5x-2y$

2

(1)　$7a+4b$ (円)

(2)　$(2x+1)(2x-1)$

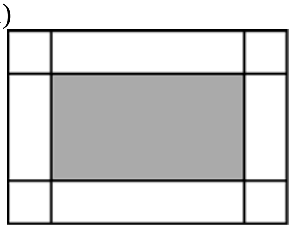
(3)　$y=8x$

(4)　$\dfrac{5}{12}$

(5)　4π　cm

3

(1)



(2)

①(解答例)A さんの走った速さは毎分 180m である。

②(解答例)

歩いた時間を x 分、走った時間を y 分とする。

$$\begin{cases} x+y=14 \\ 60x+180y=1200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=14 \\ x+3y=20 \end{cases}$$

$-2y=-6$

$y=3$

$x=11$

よって、歩いた道のりは 60×11＝660 m

走った道のりは 180×3＝540 m

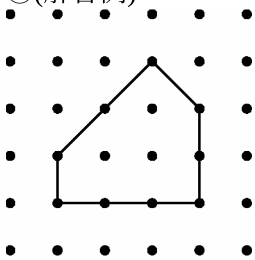
(3)(解答例)　80 円のケーキをいくつか買って、1000 円払ったらおつりが 360 円でした。ケーキはいくつ買いましたか。

x とおいたものは、ケーキの個数

4

(1)

①(解答例)



A の値は 6.5

②　一定の値は 0.5

$y=05.x+2$

(2)　$y=x+3$

5

(1)　$2\sqrt{5}$

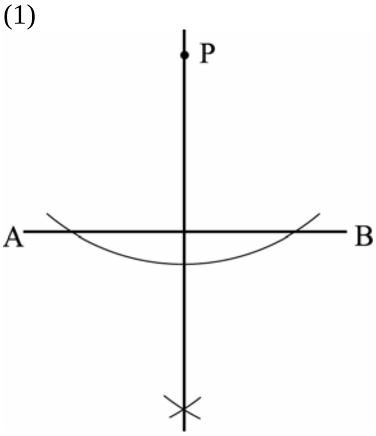
(2)

①　$2\sqrt{2}$

②　$a=\dfrac{1}{2}$

6

(1)



(2)

①(解答例)　点 B を中心として点 P を通る弧

②

(証明)

△APB と△AQB で、

仮定より

AP＝AQ・・・・・・①

BP＝BQ・・・・・・②

共通な辺だから

AB＝AB・・・・・・③

①、②、③より、

3 辺がそれぞれ等しいので、

△APB≡△AQB

よって、

∠PBA＝∠QBA

△BPQ は BP＝BQ の二等辺三角形で、

二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺と垂直に

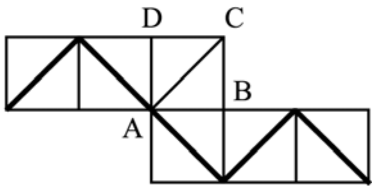
交わるから、

AB⊥PQ

7

(1)

図2



(2)

①　$8\sqrt{3}+24\,\mathrm{cm}^2$

②　3：1