1 次の各問いに答えなさい。

(1)　$7+5\times(-3)$ を計算しなさい。

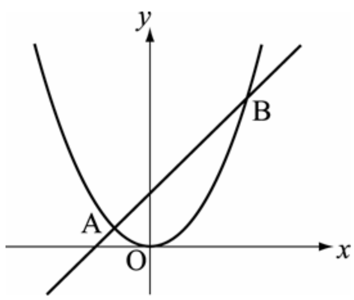
(2)　$4\sqrt{3}+\sqrt{12}$ を計算しなさい。

(3)　$x=\sqrt{5}-1$ のとき、x^2+2x+1 の値を求めなさい。

(4)　2 次方程式 $(x-2)^2=6$ を解きなさい。

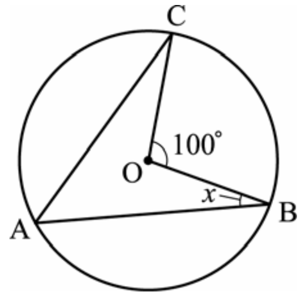
(5)　連立方程式 $\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$ を解きなさい。

(6)　右の図のように、傾き 1 の直線が、関数 $y=ax^2$ のグラフと、2 点 A、B で交わっています。A、B の x 座標が、それぞれー1 と 3 のとき、a の値を求めなさい。



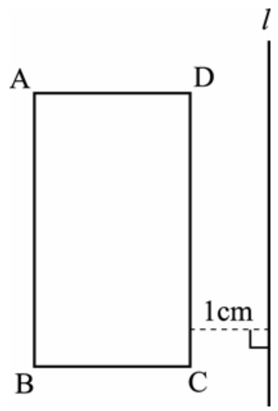
(7)　1 から 6 までの目が出る大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、出る目の数の積が奇数となる確率を求めなさい。

(8)　右の図の円 O で、AB＝AC、∠BOC＝100°のとき、∠ABO の大きさを求めなさい。



(9)　右の図で、長方形 ABCD は、AB＝4cm、BC＝2cm、また、辺 DC と直線 l は平行で、1cm の距離にあります。

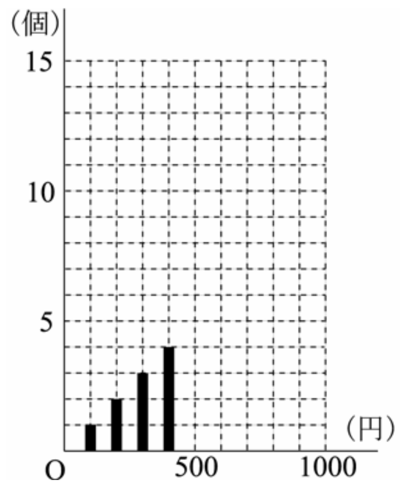
　このとき、長方形 ABCD を、直線 l を軸として、1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。



(10)　あるハンバーガーショップでは、1 個 100 円のハンバーガーを、1 人の客が 500 円分まとめて買うごとに、サービスとして、さらに 1 個を無料で渡すことにしています。このとき、次の各問に答えなさい。

(ア)　このハンバーガーショップでは、1 人の客から 1 回に受け取った金額と、その客に渡すハンバーガーの個数の関係がわかるように、図に表すことにしました。

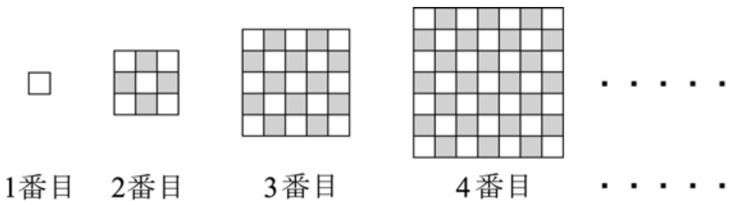
　右の図には、100 円きざみで受け取った金額と、1 人の客に渡すハンバーガーの個数の関係を、途中まで示してあります。これに続けて、1000 円までの図を完成させなさい。



(イ)　1 人の客が、無料でサービスされたハンバーガーを含めて 100 個のハンバーガーを持ち帰るためには、いくら支払えばよいですか。その金額を求めなさい。

2　次の各問に答えなさい。

(1)　下図のように、白色と黒色の正方形のタイルをすき間なく交互に並べ、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、…、と大きな正方形の図形を、同じ規則で順につくっていきます。



ここで、白色のタイルが 113 枚使われている図形のとき、

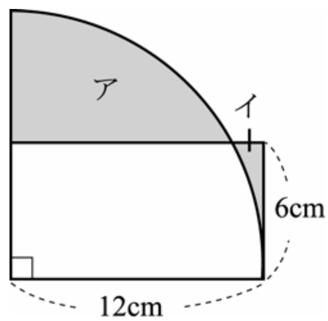
①　黒色のタイルは何枚使われていますか。その枚数を求めなさい。

②　また、このときの図形は何番目になるかを求めなさい。

(2)　右の図のように、半径 12cm で中心角 90 °のおうぎ形に、縦 6cm、横 12cm の長方形が重なっています。

図のかげをつけた部分アとイの面積の差(アーイ)を求めなさい。

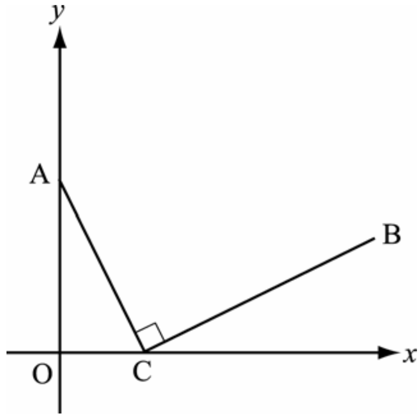
ただし、円周率はπとします。



(3)　右の図のように、点 A、B の座標を、それぞれ A(0, 6)、B(11, 4)とし、x 軸上に点 C を、∠ACB が直角となるようにとります。

このとき、点 C の x 座標を求めなさい。

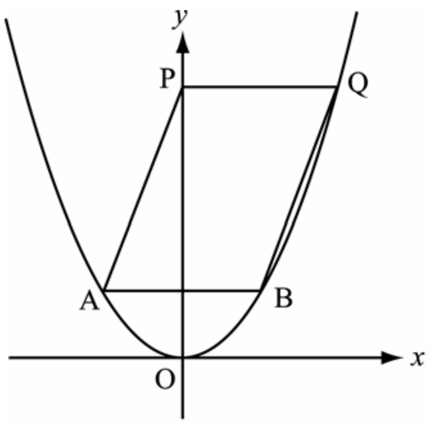
ただし、線分 BC は、線分 AC より長いものとします。



(4)　右の図のように、y 軸上の点 P(0, 16)を通って、x 軸と平行な直線と関数 $y=x^2$ との交点のうち、x 座標が正のものを Q とします。

このとき、次の問いに答えなさい。

①　点 Q の座標を求めなさい。



②　放物線上に 2 点 A、B をとり、四角形 PABQ を平行四辺形となるようにつくります。原点 O を通り、この平行四辺形の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

3　正方形からある部分を切り取って、面積が最も大きい正八角形をつくります。

図 1 の正方形 ABCD で、辺 BC を辺 AD に重なるように折り、図 2 のような長方形 AEFD をつくります。次に、図 2 の長方形 AEFD で、辺 DF を辺 AE に重なるように折り、図 3 のような正方形 AEGH をつくります。

このとき、次の各問に答えなさい。

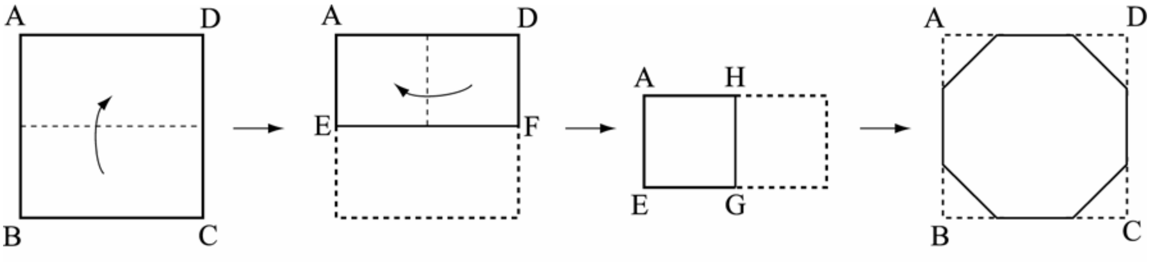
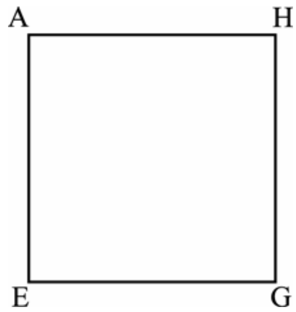


図 1　図 2　図 3　図 4

(1)　図 3 の正方形 AEGH に切り取り線をひき、その線にそって切り取って開くとき、図 4 の正八角形ができるためには、どのように切り取ればよいですか。図 3 の正方形 AEGH に、その切り取り線をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。



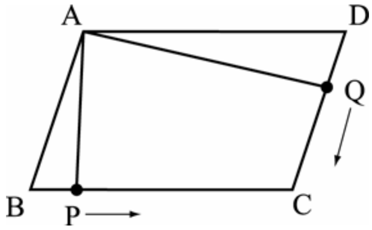
(2)　図 4 の正八角形の 1 辺の長さが 10cm であるとき、図 1 の正方形 ABCD の 1 辺の長さを求めなさい。

ただし、根号はつけたままで答えなさい。

4　右の図のように、平行四辺形 ABCD の辺上を、点 P と点 Q が頂点 A を同時に出発して、点 P は辺 AB、BC 上を、点 Q は辺 AD、DC 上を、頂点 C まで、それぞれ一定の速さで進みます。

出発後、点 P は頂点 B に、点 Q は頂点 D に、同時に到着しました。その後、点 P は辺 BC を 25 秒で、点 Q は辺 DC を 16 秒で、それぞれ頂点 C に到着しました。

このとき、次の各問に答えなさい。



(1)　頂点 A を出発してから同時刻に、点 P が辺 BC 上に、点 Q が辺 DC 上にあり、△ABP と△ADQ ができました。

このとき、△ABP と△ADQ が相似であることを証明しなさい。

(2)　点 P と点 Q が、それぞれ頂点 B と頂点 D に、同時に到着したのは、頂点 A を出発してから何秒後であるかを求めなさい。

【解答】

1

(1)　－8

(2)　$6\sqrt{3}$

(3)　5

(4)　$x=2\pm\sqrt{6}$

(5)　$x=1,\ y=2$

(6)　$a=\dfrac{1}{2}$

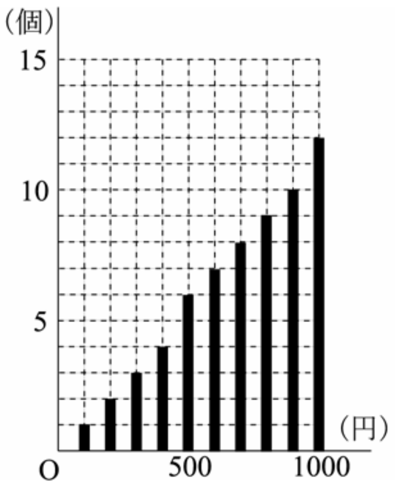
(7)　$\dfrac{1}{4}$

(8)　25°

(9)　$32\pi\ \mathrm{cm}^3$

(10)

ア



イ　8400 円

2

(1)

①　112 枚

②　8 番目

(2)　$36\pi-72\ (\mathrm{cm}^2)$

(3)　3

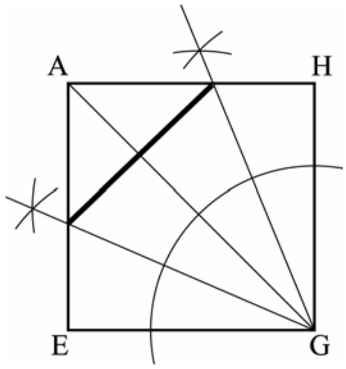
(4)

①　(4, 16)

②　$y=10x$

3

(1)



(2)　$10+10\sqrt{2}$　cm

4

(1)

(証明)

△ABP と△ADQ で

平行四辺形の向かい合う角は等しいから、

∠ABP＝∠ADQ‥‥‥①

点 P と点 Q は A を同時に出発して、B と D に同時に到着するから、

AB と AD の比は点 P と点 Q の速さの比と等しい。

点 P と点 Q の速さの比を p：q とすると、

AB：AD＝p：q‥‥‥②

点 P、点 Q がそれぞれ B、D を通過した後も同じ速さで進み、

同時刻のことであるから、

BP：DQ＝p：q‥‥‥③

②、③より、

AB：AD＝BP：DQ＝p：q‥‥‥④

①、④より、

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、

△ABP∽△ADQ

(2)　20 秒後