1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $3+(-2)-5$

② $-7+(-4)^2\div 2$

③ $3xy^2\times 6x^2y^3$

④ $\dfrac{x-2y}{2}-\dfrac{x+y}{5}$

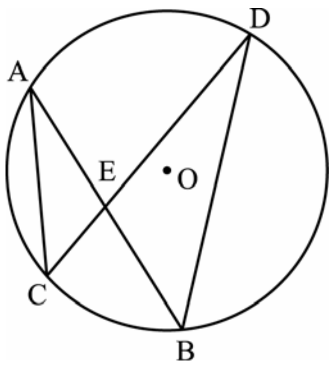
⑤ $\sqrt{45}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$

(2) 次の式を因数分解しなさい。
$x^2-54-3x$

(3) 1 次関数 $y=ax+4$ のグラフが 2 点(2, 3)、(4, b)を通るとき、a、b の値をそれぞれ求めなさい。

(4)　A～G の 7 つのバスケットボールチームがある。どのチームもほかの全てのチームと 1 回ずつ対戦するとき、試合数は全部で何試合になるか、求めなさい。

(5)　右の図で、円 O の 2 つの弦 AB、CD の交点を E とする。AE＝5cm、CE＝3cm、AC＝6cm、BD：10cm とするとき、DE の長さを求めなさい。



2　ある中学校の生徒会が、小学校との交流会を計画し、児童館の集会室を借りることにした。生徒会長が、その集会室を借りたことのある先生とお母さんに、テーブルといすがそれぞれ何脚あるか聞いたところ、次のようであった。

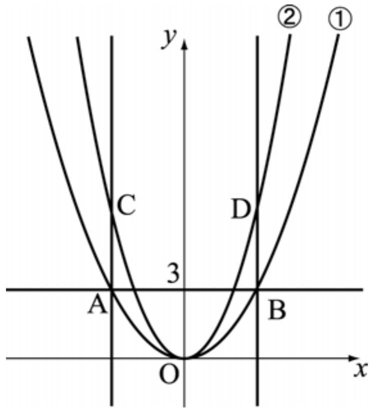
先生の話：「先週、会議で使ったときは、1 つのテーブルのまわりにいすを 4 つずつ並べたら、いすが 5 つ余ったよ。」

お母さんの話：「3 日前に打ち合わせで使ったとき、1 つのテーブルのまわりにいすを 5 つずつ並べていったら、いすが 2 つだけのテーブルといすが全くないテーブルが 1 つずつできたわ。」

このことから、テーブルといすはそれぞれ何脚あるか、方程式をつくって求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

3　右の図において、①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$、②は関数 $y=ax^2\left(a>\frac{1}{3}\right)$ のグラフである。また、点 A、B は直線 $y=3$ と①との交点であり、A の x 座標は負、B の x 座標は正とする。

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。なお、途中の計算も書くこと。



(1)　関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について、x の値が 2 から 6 まで増加するときの、変化の割合を求めなさい。

(2)　点 A を通り y 軸に平行な直線と②との交点を C、また、点 B を通り y 軸に平行な直線と②との交点を D とする。

このとき、四角形 ABDC の面積が三角形 ODC の面積と等しくなる a の値を求めなさい。

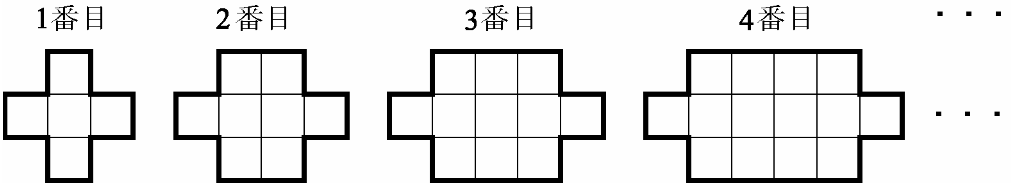
4　右図には、2 点 A、B が与えられている。これを用いて、次の条件①、②をともに満たす点 C を 1 つ作図しなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないこと。

[条件]

①∠CAB＝105°　②AC＝AB

5　下の図のように、1 辺 1cm の正方形のタイルを並べて、1 番目、2 番目、3 番目、…と図形をつくっていく。



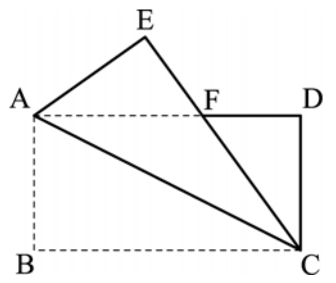
このとき、次の(1)～(3)に答えなさい。なお、答だけを書くこと。

(1)　1 番目の図形には、対称の軸は何本あるか、書きなさい。

(2)　7 番目の図形には、タイルは何枚必要か、求めなさい。

(3)　図の太線は、図形の周を表している。n 番目の図形の周の長さは何 cm になるか、n を用いた式で表しなさい。

6　右の図は、長方形の紙 ABCD を AC で折り曲げたものである。点 B の移った点を E とし、AD と CE の交点を F とする。
このとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

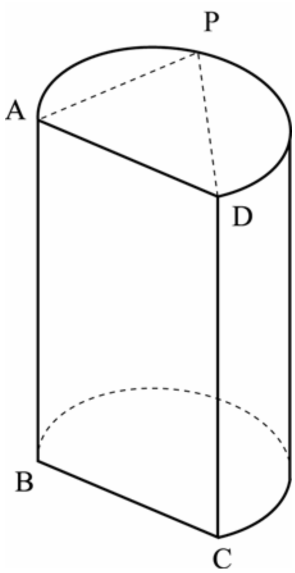


(1)　∠ACE＝∠a のとき、∠CFD の大きさを∠a を用いて表しなさい。なお、答だけを書くこと。

(2)　点 D と点 E を結んだとき、∠FDE＝∠FED であることを証明しなさい。

(3)　AB＝4cm、BC＝8cm のとき、△FAC の面積を求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

7　右の図は、円柱を底面に垂直な平面で切り取った立体で、その切り口は、AB＝12cm、AD＝6cm の長方形である。また、弧 AD 上に点 P をとると、∠APD＝60°であった。
このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。



(1)　この立体を展開したときのおよその形を、下の図形にかき加えて、完成させなさい。なお、定規、コンパスは使わなくてもよい。

(2)　この立体の体積を求めなさい。ただし、円周率はπとする。なお、途中の計算も書くこと。

【解答】

1

(1)

① -4

② 1

③ $18x^3y^5$

④ $\dfrac{3x-21}{10}$

⑤ $\sqrt{5}$

(2) $(x-9)(x+6)$

(3) $a=-\dfrac{1}{2}$,　$b=2$

(4) 21 試合

(5) $\dfrac{25}{3}$

2

テーブルの数を x 脚とすると、

$4x+5=5(x-2)+2$

$4x+5=5x-10+2$

$4x-5x=-10+2-5$

$-x=-13$

$x=13$

いすの数は

$4x+5$ に $x=13$ を代入して、

$4\times13+5=57$

テーブル 13 脚、いす 57 脚

3

(1)

x の増加量は $6-2=4$

$x=2$ のときの y の値は、

$y=\dfrac{1}{3}\times(2)^2=\dfrac{4}{3}$

$x=6$ のときの y の値は、

$y=\dfrac{1}{3}\times(6)^2=\dfrac{36}{3}$

y の増加量は、

$\dfrac{36}{3}-\dfrac{4}{3}=\dfrac{32}{3}$

変化の割合は、

$\dfrac{32}{3}\div4=\dfrac{32}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{8}{3}$

(2)

A、B の y 座標は 3

x 座標は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ に $y=3$ を代入して、

$x=\pm3$

よって、A$(-3, 3)$、B$(3, 3)$。

C、D の座標は、a を用いて、

C$(-3, 9a)$、D$(3, 9a)$

とあらわせる。

四角形 ABCD の面積は、

AB×DB＝$6\times(9a-3)$

三角形 ODC の面積は、

CD×(D の y 座標)×$\dfrac{1}{2}$＝$6\times9a\times\dfrac{1}{2}$

とあらわせる。

よって、

$6\times(9a-3)=6\times9a\times\dfrac{1}{2}$

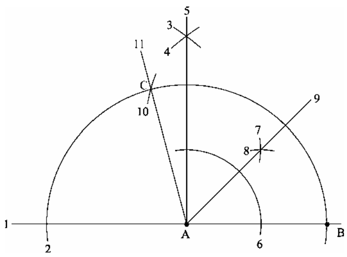
$2(9a-3)=9a$

$18a-6=9a$

$9a=6$

$a=\dfrac{2}{3}$

4



5

(1) 4 本

(2) 23 枚

(3) $2n+10$ (cm)

6

(1)　$2\angle a$

(2)

(証明)

△ADE と△CED において、

四角形 ABCD は長方形だから、

AE＝CD・・・・・・①

AD＝CE・・・・・・②

共通な辺だから、

DE＝ED・・・・・・③

①、②、③より

3 辺がそれぞれ等しいから、

△ADE≡△CED

よって、∠FDE＝∠FED

(3)

EF＝x とすると、FD＝x、FC＝8－x

△CFD で三平方の定理を利用して、

$x^2+4^2=(8-x)^2$

$x=3$

△AFC で FC を底辺とすると、高さは EA。

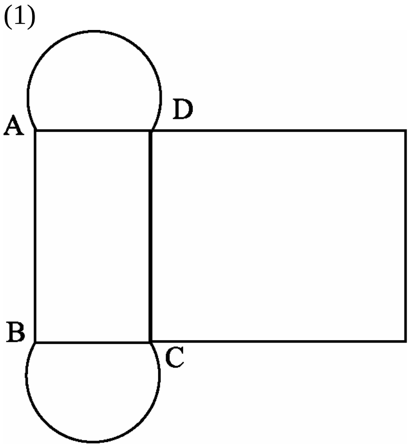
よって、△AFC の面積は、

$5\times4\times\frac{1}{2}=10$

10cm^2

7

(1)



(2)

3 点 A、P、D を通る円の中心を O とすると、

中心角と円周角の関係より、

∠AOD＝60°×2＝120°

△AOD は OA＝OD の二等辺三角形である。

O から AD に垂線をおろし、

AD との交点を H とすると、

AH＝3cm。

△AOH は内角が 30°、60°、90°の直角三角形なので、

OH＝$3\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$、OA＝$\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$。

つまり円 O の半径が $2\sqrt{3}$ cm。

よって、立体の底面積は、

$(2\sqrt{3})^2\times\pi\times\frac{240}{360}+6\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$

$=8\pi+3\sqrt{3}$

立体の体積は

$(8\pi+3\sqrt{3})\times12=96\pi+36\sqrt{3}$ (cm^3)