1 次の計算をしなさい。

(1)　$2-6-3$

(2)　$(-6)\div 3+2\times(-5)$

(3)　$\frac{5}{9}+\frac{3}{4}\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

(4)　$2(x-3y)-3(-2x+y)$

(5)　$(2\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+4)$

2 次の各問に答えなさい。

(1)　$x^2-7x-18$ を因数分解しなさい。

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 4x-3y=-2 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$ を解きなさい。

(3)　2 次方程式 $x^2+5x+6=0$ を解きなさい。

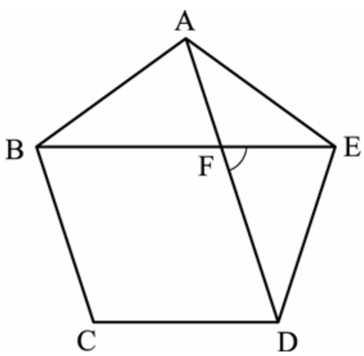
(4)　$x=-6$ のとき $y=1$、$x=3$ のとき $y=7$ である 1 次関数の式を求めなさい。

(5)　$a=4, b=-2$ のとき $2a^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right) \times \left(\frac{1}{6}ab\right)$ の値を求めなさい。

3　次の各問に答えなさい。

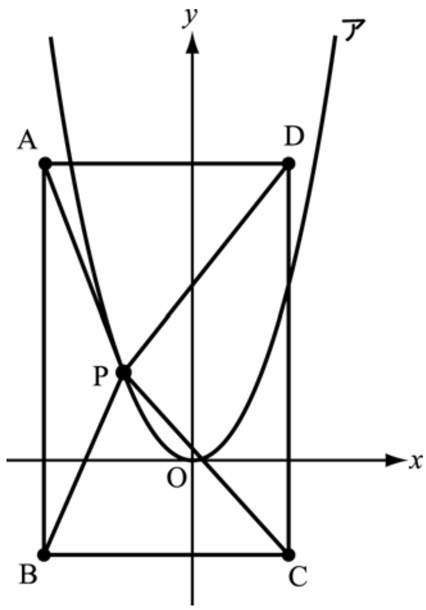
(1)　a と b は 1 けたの自然数で、$\sqrt{10a+b}$ も 1 けたの自然数である。このとき、$\sqrt{10b+a+1}$ も 1 けたの自然数となるような a と b の値を求めなさい。

(2)　右の図のような正五角形 ABCDE がある。線分 AD と線分 BE との交点を F とするとき、∠EFD の大きさを求めなさい。



(3)　1 から 6 までの目がある赤と青の 2 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の数の和が 5 以下である確率を求めなさい。

4　右の図のように、4 点 A(－5, 9)、B(－5, －3)、C(3, －3)、D(3, 9)を頂点とする四角形 ABCD がある。また、曲線アは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。

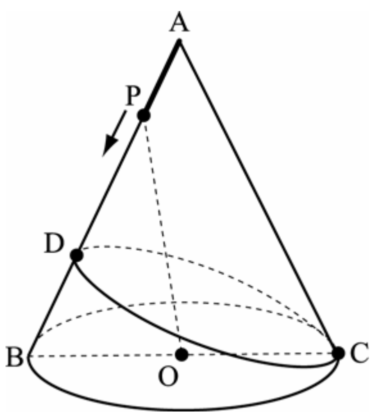


　このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、O は原点とする。

(1)　四角形 ABCD の内側にあり、曲線ア上の点で、x 座標も y 座標も整数である点は全部で何個あるか求めなさい。

(2)　点 P は四角形 ABCD の内側にあり、曲線ア上の点とする。△APB の面積と△DPC の面積の比が 1：2 となるとき、点 P の座標を求めなさい。

5　右の図のように、点 A を頂点とし、点 O を中心とする円を底面とする円すいがある。母線 AB の長さは 6cm、円 O の直径 BC の長さは 4cm である。また、点 C からこの円すいの側面にそって母線 AB と交わり 1 周して点 C にもどってくる最短の線をひき、ひいた線が母線 AB と交わる点を D とする。点 P は点 A を出発し、母線 AB 上を秒速 1cm で点 B まで動く。



　このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　線分 OP の長さが最短となるのは、出発してから何秒後か求めなさい。

(2)　点 P が点 D を通過するのは、出発してから何秒後か求めなさい。

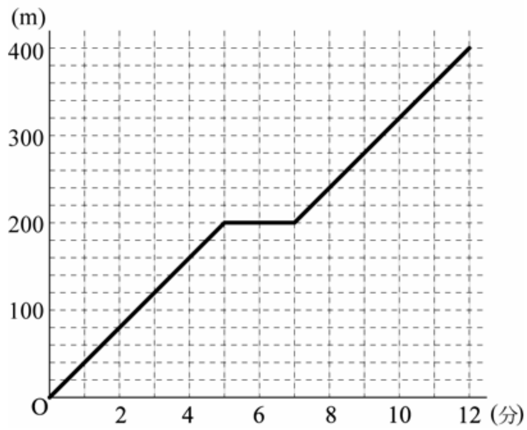
6　2 種類のロボット A、B があり、それぞれ次のように前進する。

[**ロボット** A]
「分速 40m **で** 5 **分間歩いたあと、その場で** 2 **分間停止する」という動きをくり返す。**
[**ロボット** B]
「最初の 1 **分間は分速** 100m **で歩き、その次の** 1 **分間は分速** 40m **で歩き、その次の** 1 **分間は分速** 20m **で歩いたあと、その場で** 2 **分間停止する」という動きをくり返す。**

このロボット A、B が P 地点を同時に出発し、400m 離れた Q 地点まで歩いた。右の図は、ロボット A が P 地点を出発してからの時間と距離の関係を、グラフで表したものである。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

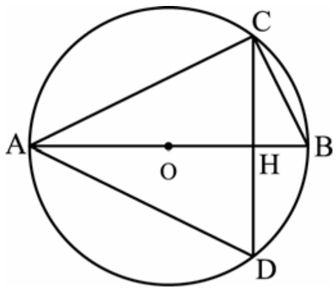
(1)　P 地点を出発してから、ロボット A がロボット B に最初に追いつくのは、P 地点から何 m の地点か求めなさい。



(2)　ロボット A が Q 地点に着くのは、ロボット B が Q 地点に着いてから何分何秒後か求めなさい。

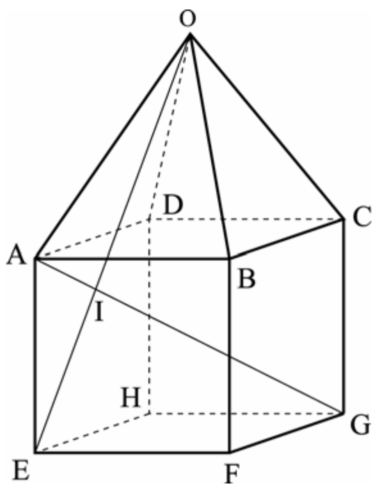
7　右の図のように、線分 AB を直径とする円 O がある。円 O の円周上に点 C をとり、△ABC をつくる。点 C から線分 AB へ垂線をひき、線分 AB との交点を H とし、円 O と線分 CH の延長との交点を D とする。

このとき、△ADC が二等辺三角形であることを証明しなさい。



8　右の図のように、1 辺が $\sqrt{2}$ cm の立方体 ABCDEFGH と、OA＝OB＝OC＝OD＝$\sqrt{3}$ cm である四角すい OABCD を合わせた立体 OABCDEFGH がある。
　このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　立体 OABCDEFGH の表面積を求めなさい。



(2)　線分 OE と線分 AG との交点を I とする。このとき、線分 AI の長さを求めなさい。

【解答】

1

(1)　－7

(2)　－12

(3)　$\frac{1}{18}$

(4)　$8x-9y$

(5)　$2+7\sqrt{3}$

2

(1)　$(x+2)(x-9)$

(2)　$x=7,\ y=10$

(3)　$x=-2,-3$

(4)　$y=\frac{2}{3}x+5$

(5)　8

3

(1)　$a=3, b=6$

(2)　72°

(3)　$\frac{5}{18}$

4

(1)　4 個

(2)　$\left(-\frac{7}{3}, \frac{49}{18}\right)$

5

(1)　$\frac{16}{3}$ 秒後

(2)　3 秒後

6

(1)　160m

(2)　1 分 12 秒後

7

(証明)

仮定より

∠AHC＝∠AHD＝90°・・・・・・①

△AHC で内角の和は 180°だから、

∠CAH＝180°－90°－∠ACH

　　　＝90°－∠ACH・・・・・・②

半円の弧に対する円周角だから、

∠ACB＝90°

よって、

∠BCH＝90°－∠ACH・・・・・・③

②、③より、

∠CAH＝∠BCH・・・・・・④

弧 BD に対する円周角だから、

∠DAH＝∠BCH・・・・・⑤

④、⑤より、

∠CAH＝∠DAH・・・・・・⑦

①、⑦より、

∠ACH＝∠ADH

△ADC で、2 つの角が等しいので、

△ADC は AC＝AD の二等辺三角形である。

8

(1)　$10+2\sqrt{5}$　cm^2

(2)　$\frac{\sqrt{6}}{5}$ cm