1

次の(1)～(15)の中から、指示された 8 問について答えなさい。

(1)　次の①、②を計算しなさい。

①　$4-12\div 2$　　　　②　$(4-12)\div 2$

(2)　次の①、②の問いに答えなさい。

①　80cm のテープから、a cm のテープを 1 本切り取ったとき、残ったテープの長さを a を使った式で表しなさい。

②　b cm のテープから、a cm のテープを 3 本切り取ったとき、残ったテープの長さを a、b を使った式で表しなさい。

(3)　$8a^2b\times 3ab^2\div 2a$ を計算しなさい。

(4)　$\dfrac{x}{2}-\dfrac{x-2y}{3}$ を計算しなさい。

(5)　1 本 70 円の鉛筆と 1 本 120 円のボールペンを合わせて 15 本買ったら、代金は 1350 円だった。このとき、買った鉛筆とボールペンの本数をそれぞれ求めなさい。ただし、消費税は考えないものとする。

(6)　方程式 $x^2-3=5x+11$ を解きなさい。

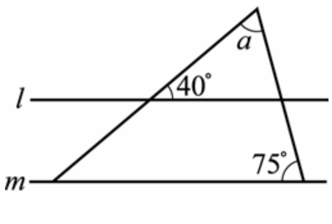
(7)　$\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{3})-\sqrt{8}$ を計算しなさい。

(8)　$\sqrt{124-8a}$ が整数となるとき、自然数 a の値をすべて求めなさい。

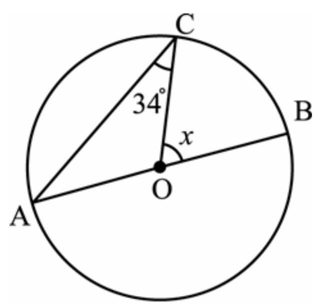
(9)　連続する 3 つの自然数がある。この 3 つの自然数のそれぞれの平方の和が 365 であるとき、連続する 3 つの自然数を求めなさい。

(10)　あるクラスで身長を測ったところ、男子だけの平均は 166.3cm、女子だけの平均は 158.3cm であった。また、クラス全体の平均は 162.7cm であった。このクラスの男子と女子の人数の比を求めなさい。

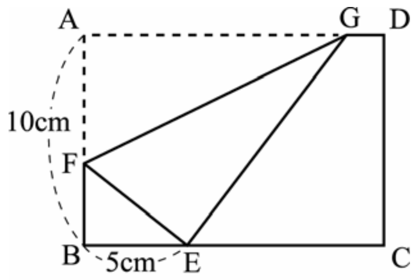
(11)　右の図で、2 直線 l、m は平行である。このとき、$\angle a$ の大きさを求めなさい。



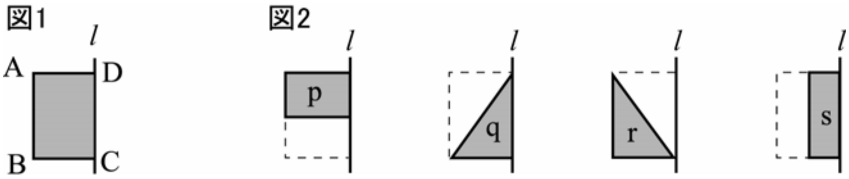
(12)　右の図のように、AB を直径とする円 O の周上に点 C がある。$\angle$ACO＝34°のとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(13)　右の図のように、長方形 ABCD において、辺 BC 上に点 E をとり、頂点 A が点 E と重なるように折り曲げ、折り目を FG とする。AB＝10cm、BE＝5cm のとき、線分 EF の長さを求めなさい。

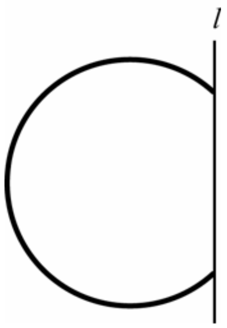


(14)　図 1 のように、辺 CD が直線 l 上にある長方形 ABCD がある。図 2 の p～s の灰色の図形は、長方形 ABCD の一部を切り取り、面積がそれぞれもとの長方形の $\frac{1}{2}$ になるようにしたものである。p～s の図形を、直線 l を回転軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を、p から順に P、Q、R、S とする。次のア～エから、正しいものをすべて選び、その記号を書きなさい。



ア　P が最も大きく、S が最も小さい。
イ　R が最も大きく、S が最も小さい。
ウ　Q と R は等しい。
エ　P、Q、R、S はすべて異なる。

(15)　右の図の太線部分は、円の一部で、直線 l を対称軸とする線対称な図形の半分である。残りの半分を定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。



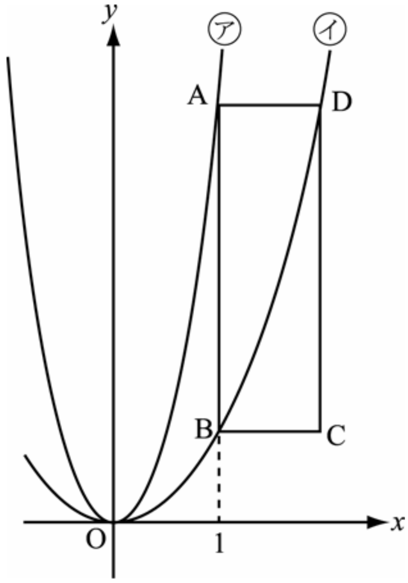
2

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　次のア～オにあてはまる数を書きなさい。

①　右の図において、曲線㋐は関数 $y=4x^2$、曲線㋑は関数 $y=x^2$ のグラフである。2 点 A、B は、それぞれ曲線㋐、㋑上の点で、x 座標はともに 1 である。このとき、点 A の y 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。また、四角形 ABCD は長方形で、点 D は曲線㋑上の点である。

関数 $y=ax^2$ のグラフが点 C を通るときの a の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。



②　x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき、2 つの関数 $y=3x^2$ と $y=4x+b$ の y の変域が同じになるようにしたい。

このとき、関数 $y=3x^2$ の y の変域は $\boxed{\text{ウ}} \leqq y \leqq \boxed{\text{エ}}$ となるので、b の値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2)　太一さんは 1 から 4 までの数が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードを、友美さんは 3 から 6 までの数が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードを持っている。太一さんと友美さんが、自分のカードをよくきって、それぞれ 1 枚出す。

太一さんが持っているカード

友美さんが持っているカード

①　太一さんの出したカードに書かれた数と友美さんの出したカードに書かれた数が、ともに奇数となる場合は何通りあるか、求めなさい。

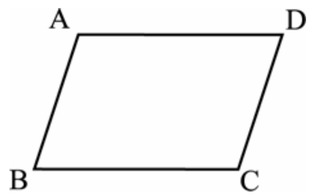
②　太一さんの出したカードに書かれた数を 2 倍した数が、友美さんの出したカードに書かれた数より小さくなる確率を求めなさい。ただし、太一さんと友美さんがそれぞれカードを出すとき、どのカードが出されることも同様に確からしいものとする。

3

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　平行四辺形の性質「平行四辺形では、2 組の対辺はそれぞれ等しい」を証明するには、四角形 ABCD において、AB//DC、AD//BC ならば、AB＝DC、AD＝BC であることを示せばよい。次はその証明である。

$\boxed{}$に証明の続きを書いて、証明を完成させなさい。



[証明]

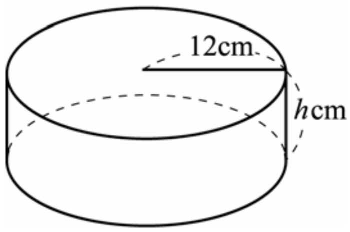
四角形 ABCD の対角線 AC をひく。

したがって、AB＝DC、AD＝BC

(2)　図 1 は、底面の半径が 12cm、高さが h cm の円柱 P である。

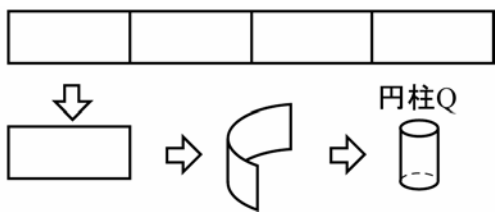
①　円柱 P において、1 つの底面の面積と側面積が等しくなるとき、円柱 P の高さ h の値を求めなさい。

図1　円柱P



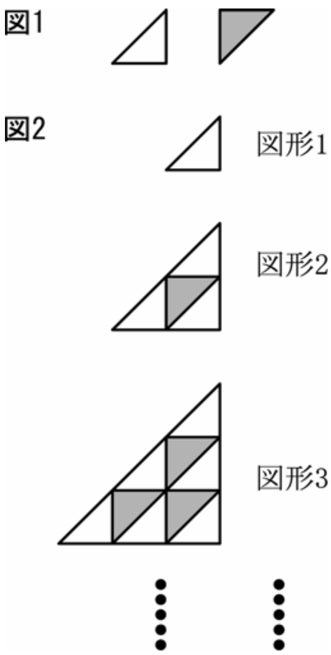
②　図 2 のように、円柱 P の側面を広げてできる長方形を 4 個の合同な長方形に分け、その 1 つの長方形を側面とし、高さが円柱 P と等しい円柱 Q をつくる。このとき、円柱 P の体積は円柱 Q の体積の何倍になるか、求めなさい。

図2



4

図 1 は、白と灰色の合同な直角二等辺三角形のタイルである。図 2 のように、これらのタイルを並べて、直角二等辺三角形を小さい順に作っていく。白のタイル 1 枚の直角二等辺三角形を図形 1 とする。図形 1 に白、灰色、白の順にタイルを並べてできるものを図形 2、図形 2 に白、灰色、白、灰色、白の順にタイルを並べてできるものを図形 3、…とする。このように、ある番号の図形から次の番号の図形を作るために、タイルは必ず白、灰色、白、…と順に並べていくものとする。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。



(1)　卓也さんは、タイルの枚数について次のような学習をした。ア、イにはあてはまる数を、ウ、エには式を書きなさい。

[卓也さんの学習]
それぞれの図形おけるタイルの特徴を調べる。(x は 2 以上の整数とする)

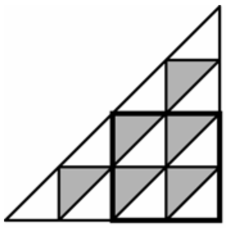
図形	1	2	3	4	5	6	7	・・・	$n-1$	n
白のタイルの枚数	1	3	6				①	・・・	③	④
灰色のタイルの枚数	0	1	3				②	・・・		⑤
タイルの総数	1	4	9					・・・		

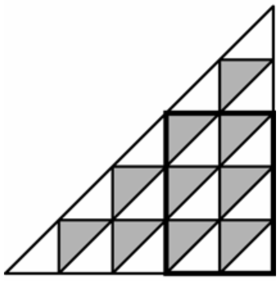
・①、②は、それぞれ［ア］、［イ］である。

・④＋⑤、④－③は、それぞれ n を用いて表すと、［ウ］、［エ］となる。

(2)　恵子さんは、タイルの直角をはさむ 1 辺の長さを 1cm として、面積について次のような学習をした。オにあてはまる数を書きなさい。

[恵子さんの学習]
右の図形 4 や図形 5 のように、並べたタイルの直角をはさむ辺を使って正方形や長方形をつくる。その中で面積が最大となる四角形について調べる。
ただし、図形 1 は除く。


図形4


図形5

＊図形 4 では、面積が最大となる四角形は太線で囲まれた正方形で、面積は 4cm^2、である。

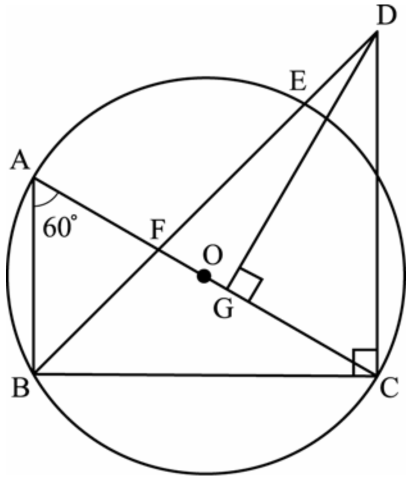
＊図形 5 では、面積が最大となる四角形は長方形で、2 つある。その一つが太線で囲まれた長方形で、面積は 6cm^2 である。

・四角形の最大の面積が 182cm^2 になる場合の直角二等辺三角形を図形 m とすると、$m=$［オ］である。

5

右の図で、点 A、B、C は円 O の周上の点で、線分 AC は円 O の直径、∠BAC＝60°とする。三角形 BCD は∠BCD＝90°の直角二等辺三角形で、辺 BD と円 O、線分 AC との交点をそれぞれ E、F とする。また、点 D から線分 AC にひいた垂線と AC との交点を G とする。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



(1)　∠ACB の大きさを求めなさい。

(2)　円 O の半径を 8cm とするとき、三角形 DGC の面積を求めなさい。

(3)　BF：ED を求めなさい。

6

　次のⅠ～Ⅲの中から、指示された問題について答えなさい。

Ⅰ

　図1は、1辺の長さが6cmの正方形ABCD、EFGHである。図2 は、平面上において、この 2 つの正方形が辺 DC と辺 EF が重なるように直線 l 上に並んでいることを表している。

　正方形 EFGH を固定し、正方形 ABCD を、図 2 の状態から直線 l に沿って、図 3 のように、矢印(→)の方向に、辺 AB と辺 HG が重なるまで移動する。

　次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　図 3 で、FC＝2cm のとき、2 つの正方形が重なった部分の面積を求めなさい。

図1

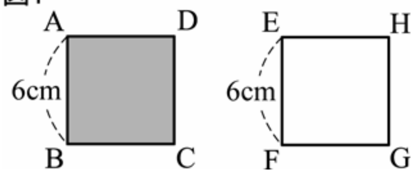
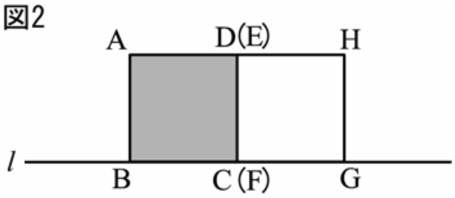


図2

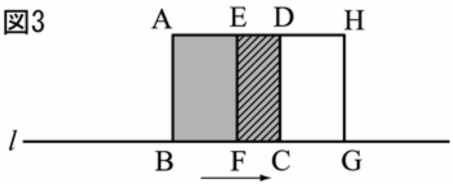


(2)　FCの長さをx cmとするとき、2 つの正方形が重なった部分の面積をy cm^{2}とする。

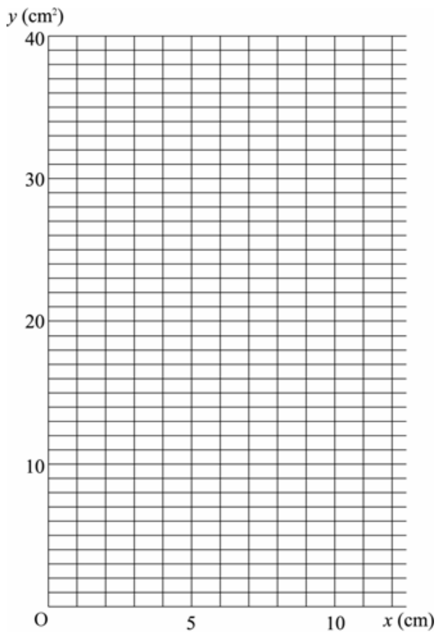
①　$0 \leqq x \leqq 6$ のとき、

ア　y を x の式で表しなさい。

図3



イ　x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



②　$y \geqq 24$ となる x の変域を求めなさい。

Ⅱ

図1は、平面上において、合同な台形ABCD、EFGHが、頂点Cと頂点Fが重なるように直線l上に並んでいることを表している。台形ABCDは、AD＝DC＝8om、BC＝16cm、∠ADC＝∠BCD＝90°である。

台形EFGHを固定し、台形ABCDを、図1の状態から直線lに沿って、図2のように、矢印(→)の方向に毎秒2cmの速さで移動する。

図3のように、頂点Aと頂点Hが重なったとき、台形ABCDを停止する。台形ABCDが移動を始めてから、x秒後の2つの台形の重なった部分の面積をy cm^{2}とする。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図1

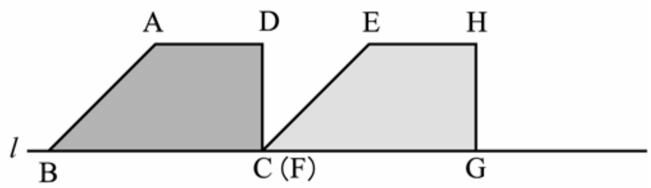


図2

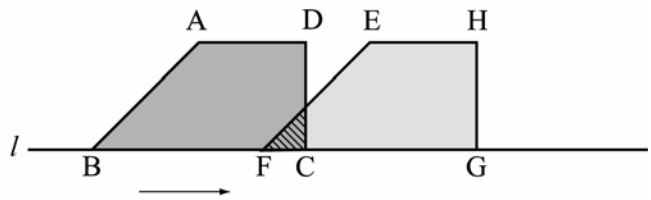
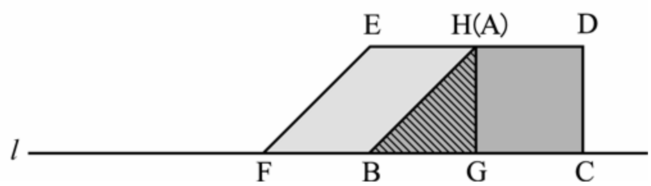


図3



(1)　x＝3のときのyの値を求めなさい。

(2)　xの変域が次の①、②のとき、yをxの式で表しなさい。

①　$0 \leqq x \leqq 4$のとき

②　$4 \leqq x \leqq 8$のとき

(3)　台形ABCDにおいて、台形EFGHと重なった部分と重ならない部分の面積が等しくなるのは何秒後か、すべて求めなさい。

Ⅲ

図 1 は、平面上において、直線 l、m は $l \perp m$ で、長方形 ABCD の辺 AB が m 上、長方形 EFGH の辺 FG が l 上にあり、頂点 C と頂点 E が重なっていることを表している。

AB＝6cm、BC＝4cm、EF＝10cm とし、2 つの長方形は、図 1 の状態から次のように同時に移動する。

長方形 ABCD は、図 2 のように、直線 m に沿って矢印(⇩)の方向に毎秒 1cm の速さで移動する。長方形 EFGH は、図 2 のように、直線 l に沿って矢印(←)の方向に毎秒 0.5cm の速さで移動する。長方形 ABCD は、図 3 のように、辺 AB と辺 EF が重なったときに停止し、長方形 EFGH は、図 4 のように、移動を始めてから 24 秒後に、辺 HG と辺 AB が重なり停止する。

図1

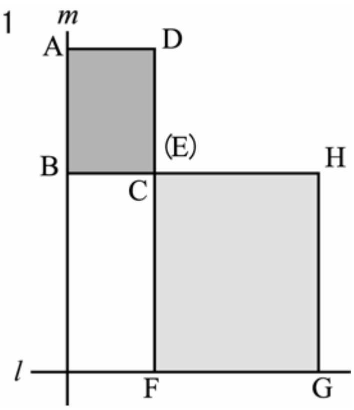


図2

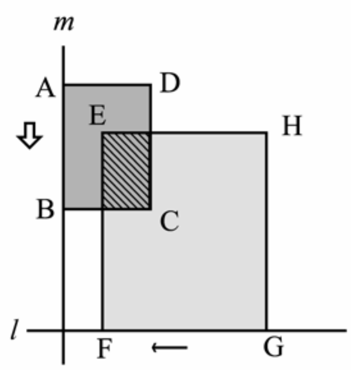


図3

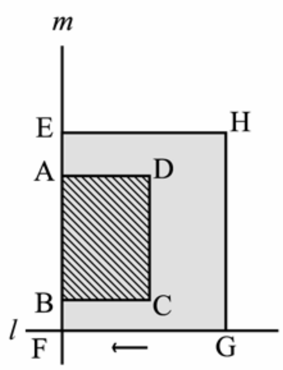
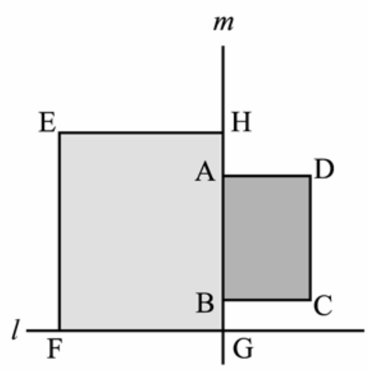


図4



2 つの長方形が移動を始めてから、x秒後に重なってできる四角形の面積を$y$cm^{2}とする。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1)　図 3 は、2 つの長方形が移動を始めてから何秒後を表しているか、求めなさい。

(2)　$y \geqq 8$ となる x の変域を求めなさい。

(3)　3 点 A、E、G が 1 つの直線上にあるのは、2 つの長方形が移動を始めてから何秒後か、すべて求めなさい。

【解答】

1

(1)

① －2

② －4

(2)

① 80－a(cm)

② $b-3a$ (cm)

(3) $12a^2b^3$

(4) $\dfrac{x+4y}{6}$

(5) 鉛筆 9 本、ボールペン 6 本

(6) $x=-2,7$

(7) $3+\sqrt{2}$

(8) $a=3,11,15$

(9) 10, 11, 12

(10) 11：9

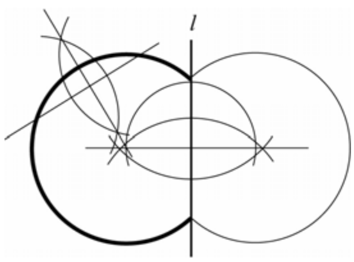
(11) 65°

(12) 68°

(13) $\dfrac{25}{4}$ cm

(14) イ、エ

(15) 右図



2

(1)

①ア 4 イ $\dfrac{1}{4}$

②ウ 0 エ 12 オ 8

(2)

① 4 通り

② $\dfrac{3}{8}$

3

(1)

(証明)

△ADC と△CBA において、

AC＝CA(共通)･･････①

AD//BC で、平行線の錯角は等しいので、

∠DAC＝∠BCA･･････②

AB//DC で、平行線の錯角は等しいので、

∠DCA＝∠BAC･･････③

①、②、③より、

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

△ADC≡△CBA

(2)

① h＝6cm

② 16 倍

4

(1)ア 28 イ 21 ウ n^2 エ n

(2)オ 27

5

(1) 30°

(2) $24\sqrt{3}$ cm^2

(3) $\sqrt{3}:1$

6

Ⅰ

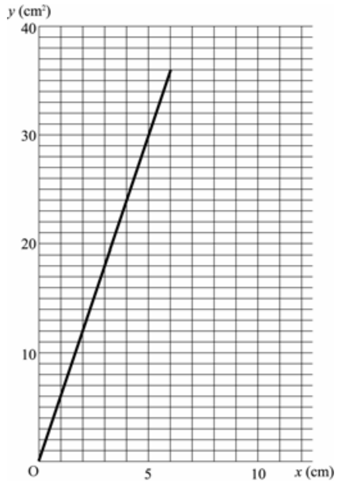
(1) 12cm^2

(2)

①

ア $y=6x$

イ右図



② 4≦x≦8

Ⅱ

(1) 18cm^2

(2)

① $y=2x^2$

② $y=16x-32$

(3) 5 秒後、11 秒後

Ⅲ

(1) 8 秒後

(2) 4≦x≦$\dfrac{64}{3}$

(3) $\dfrac{8}{3}$ 秒後、$\dfrac{56}{5}$ 秒後