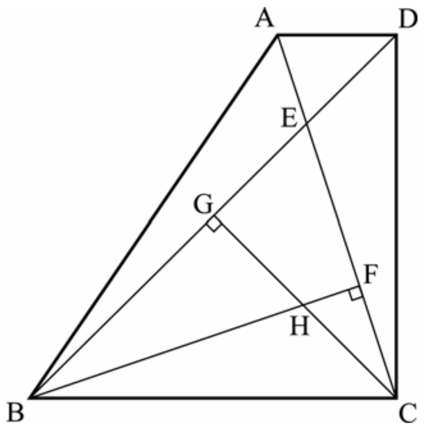
2005　山形４　難易度(1)★★　(2)★★★　(3)★★★　(4)★★★

４

　右の図において、四角形 ABCD は、AD//BC であり、△BCD は∠BCD＝90°の直角二等辺三角形である。四角形 ABCD の対角線の交点を E、点 B から AC にひいた垂線と AC との交点を F、点 C から BD にひいた垂線と BD との交点を G、BF と CG との交点を H とする。BC＝6cm、BE:ED＝3:1 であるとき、あとの問いに答えなさい。



(1)　AD の長さを求めなさい。

(2)　DE の長さを求めなさい。

(3)　△ABE の面積を求めなさい。

(4)　△BHG と△CHF は相似である。このことを利用して、△BCH と△CDE が合同であることを証明したい。次の証明を完成させなさい。
　ただし、△BHG と△CHF が相似であることは証明しなくてよい。

<証明>
△BCH と△CDE において
仮定より
∠CBG＝∠CDG＝45°
∠BGC＝90°だから
△GBC と△GCD は直角二等辺三角形となり
∠GCB＝∠GCD＝45°
したがって.∠BCH＝∠CDE…①

【解答】

4

(1)　2cm

(2)　$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

(3)　$\dfrac{9}{2}$ cm

(4)

証明の続き

仮定より

BC＝CD・・・・・・②

∠HBC＝45°－∠GBH・・・・・・③

∠ECD＝45°－∠FCH・・・・・・④

△BHG∽△CHF より、

∠GBH＝∠FCH・・・・・・⑤

③～⑤より、

∠HBC＝∠ECD・・・・・・⑥

①、②、⑥より

１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

△BCH≡△CDE