

2005 宮城 B5(1) 難易度

5

(1)  $n$  を正の整数とします。 $\sqrt{360-12n}$  の値が整数となるような  $n$  の値をすべて求めなさい。

【解答】

5

(1) 3、18、27、30

【解説】

問題の意味が分からないかもしれません。

そういうときは、 $\sqrt{360-12n}$  の  $n$  に 1 から順番に代入してみます。そうすると、意味が分かることがあります。

$n=1$  を代入すると  $\sqrt{360-12 \times 1} = \sqrt{360-12} = \sqrt{348}$  で、整数とはなりません。

$n=2$  を代入すると  $\sqrt{360-12 \times 2} = \sqrt{360-24} = \sqrt{336}$  で、整数とはなりません。

$n=3$  を代入すると  $\sqrt{360-12 \times 3} = \sqrt{360-36} = \sqrt{324} = 18$  で、整数になりました。やった！

とりあえず、 $n=3$  が答えのひとつであることは分かった。

でも、同じことをいくつまでやればいいのか・・・。

$n$  が 30 のとき  $12n$  の部分が 360 になるから、そこで終わりだ。

ってことは 30 回もやるのか・・・。

・・・やってられないよ！

ではどうするかというと、 $\sqrt{360-12n}$  の中身を因数分解します。

$$\sqrt{360-12n} = \sqrt{12(30-n)} = 2\sqrt{3(30-n)}$$

これで、 $\sqrt{3(30-n)}$  が整数になればよいことが分かります。

ということは  $3 \times (30-n)$  がある数の 2 乗になればよいということです。(ここが分からない人は教科書に戻って！)

$3 \times (30-n)$  がある数の 2 乗になるためには

$(30-n)$  が

$0 (3 \times 0^2)$  か、

$3 (3 \times 1^2)$  か、

$3 \times 2^2$  か、

$3 \times 3^2$  か、

$3 \times 4^2$  か、

・

・

・

になればよいと分かります。

つまり「3 かけるある数の 2 乗(偶数乗)」になればよいのです。

$(30-n)$  が 0 のときは  $30-n=0$   $n=30$

$(30-n)$  が 3 のときは  $30-n=3$   $n=27$

$(30-n)$  が  $3 \times 2^2$ (つまり 12)のときは  $30-n=12$   $n=18$

$(30-n)$  が  $3 \times 3^2$ (つまり 27)のときは  $30-n=27$   $n=3$

$(30-n)$  が  $3 \times 4^2$ (つまり 48)のときは、・・・ありえない！ だって、 $n$  は正の整数だから。

というわけで、計算はここまでやればよいと分かります。

答えは 3、18、27、30