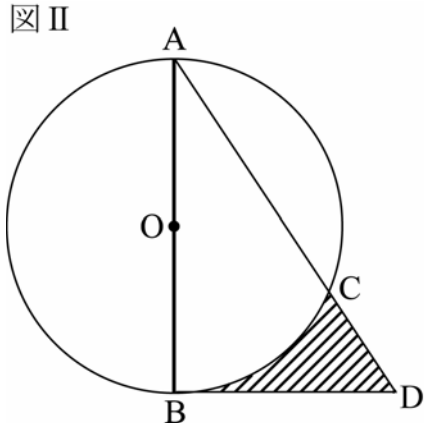
2005 宮城 A5(3) 難易度★★★★

5

(3)[一部改変] 図Ⅱのように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、点 A、B のいずれにも一致しない点 C を弧 AC：弧 BC＝2：1 となるようにとり、点 B における円 O の接線と直線 AC との交点を D とします。弧 BC と線分 BD、DC とで囲まれた部分を斜線で示しています。
斜線部分の面積を求めなさい。
ただし、円 O の半径を 4cm とし、円周率は π とします。

図Ⅱ



【解答】

5

(3)

② $\dfrac{20\sqrt{3}-8\pi}{3}$ (cm^2)

【解説】

最初が肝心です。弧 AC：弧 BC＝2：1 をうまく利用できないか考えます。

まず B と C を結びます。
AB が直径ですから、∠ACB＝90°となります。
弧 AC：弧 BC＝2：1 ですから、「弧 AC に対する円周角」：「弧 BC に対する円周角」＝2：1 となります。
よって、∠ABC＝60°、∠BAC＝30°。
これで、三平方の定理のうちの 1：2：$\sqrt{3}$ の比を使っていろんな部分の長さを求めることができます。

あとは、△ABD－（△AOC＋おうぎ形 OBC）で、斜線部分の面積を求めます。