数学　入試問題　05　秋田	氏名

1

次の問いに答えなさい。

(1) $5+4\times(-2)$ を計算しなさい。

(2) りんごがいくつかある。1 人に a 個ずつ 10 人に配ろうとしたら、2 個たりなかった。りんごの個数を a を使った式で表しなさい。

(3) $6a^2b\div 2ab\times 3a$ を計算しなさい。

(4) $\dfrac{2x+5y}{3}+\dfrac{x-3y}{2}$ を計算しなさい。

(5) 連立方程式 $\begin{cases}2x-3y=-7\\ -x+4y=6\end{cases}$ を解きなさい。

(6) 方程式 $(x-6)(x+8)=15$ を解きなさい。

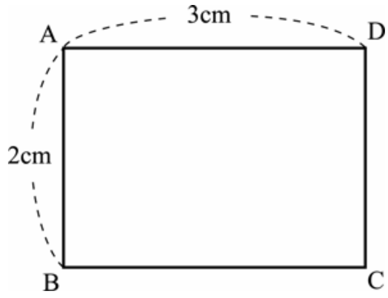
(7) $x=\sqrt{7}+1,\ y=\sqrt{7}-1$ のとき、x^2y-xy の値を求めなさい。

(8) $\sqrt{30}$ より大きく、$\sqrt{80}$ より小さい整数をすべて書きなさい。

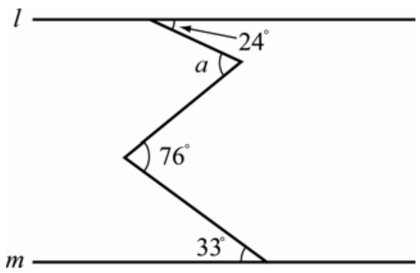
(9) ある中学校の昨年度の入学者数は 150 人であった。今年度の入学者数は a 人であり、昨年度の入学者数に比べて x %減少した。x を a の式で表しなさい。

(10) 1 けたの自然数 a、b、c を 1 つずつ書いたカードが 3 枚ある。この 3 枚のカードを $\boxed{a}\ \boxed{b}\ \boxed{c}$ と並べた場合は、百の位が a、十の位が b、一の位が c の 3 けたの整数を表すものとする。
いま、$\boxed{a}\ \boxed{b}\ \boxed{c}$ 、$\boxed{b}\ \boxed{c}\ \boxed{a}$ 、$\boxed{c}\ \boxed{a}\ \boxed{b}$ の 3 けたの整数を 3 個つくる。この 3 個の整数の和が 1221 になるとき、$a+b+c$ の値を求めなさい。

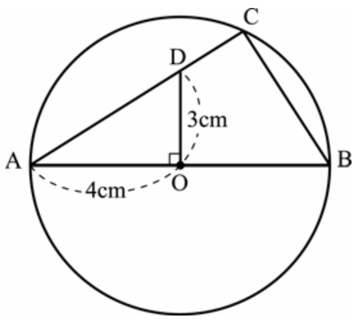
(11) 右の図のように、AB＝2cm、AD＝3cm の長方形 ABCD がある。
このとき、対角線 AC の長さを求めなさい。



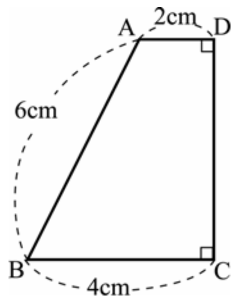
(12) 右の図で、2 直線 *l*、*m* は平行である。このとき、∠*a* の大きさを求めなさい。



(13) 右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に点 C をとり、線分 AC 上の点を D とする。
AB⊥DO、AO＝4cm、DO＝3cm のとき、線分 BC の長さを求めなさい。



(14) 右の図のように、∠BCD＝∠ADC＝90°、AB＝6cm、AD＝2cm、BC＝4cm の台形 ABCD がある。
この台形を辺 DC を軸として一回転させてできる立体の表面積を求めなさい。
ただし、円周率はπとする。



(15) 右の図のように、線分 AB がある。この線分 AB を斜辺とする直角二等辺三角形 ABC を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

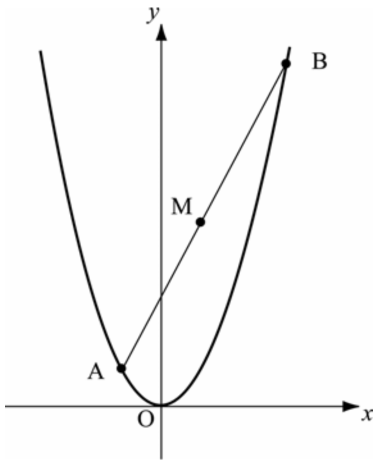
2

(1) 次のア～エに当てはまる数または式を書きなさい。

① 右の表は y が x に反比例する関係を表したものである。x の値が 6 のときの y の値は $\boxed{\text{ア}}$ であり、y を x の式で表すと、$y=\boxed{\text{イ}}$ となる。

x	…	2	…	6	…
y	…	12	…	ア	…

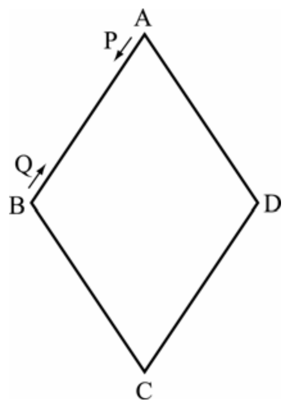
②右の図の曲線は、関数 $y=x^2$ のグラフである。2 点 A、B はこのグラフ上の点で、x 座標がそれぞれ－2、6 である。このとき、線分 AB の中点 M の座標は(2, $\boxed{\text{ウ}}$)で、関数 $y=ax^2$ のグラフが、点 M を通るときの a の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。



(2) 大小 2 つのサイコロを同時に 1 回投げる。サイコロのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

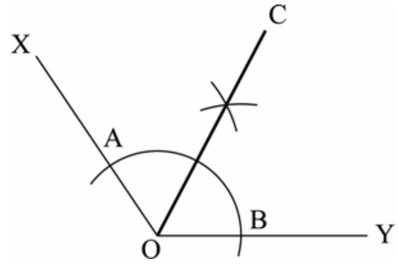
① 出る目の数の和が 10 となる場合は何通りあるか、求めなさい。

② 右の図は 1 辺の長さが 1m のひし形 ABCD である。大きいサイコロの出る目の数を a、小さいサイコロの出る目の数を b とする。点 P は頂点 A から出発し、左回りに a m、点 Q は頂点 B から出発し、右回りに b m、それぞれひし形の辺上を移動する。2 点 P、Q が同じ頂点に止まる確率を求めなさい。



3

(1) ∠XOY があり、次の[手順]で半直線 OC を作図した。このとき、半直線 OC が∠XOY の二等分線になることを証明したい。あとの[証明]を完成させなさい。



[手順]
1. 頂点 O を中心とする円をかき、半直線 OX、OY との交点をそれぞれ A、B とする。
2. 点 A、B を中心として等しい半径の円をそれぞれかき、その交点を C とする。
3. 半直線 OC をひく。

[証明]

したがって、半直線 OC は∠XOY の二等分線である。

(2) 底面の半径が 6cm の円柱の形をした容器に、底面の半径が 6cm で高さが $h$cm の円錐を、それぞれの底面が重なりあうように置く。図 1 は、円柱の形をした容器に水を入れたときの様子である。

① 底面から水面までの高さが $h$cm より低いとき、水面は上から見ると、図 2 のように大小 2 つの円に囲まれた形となっている。水面の 2 つの円の半径の差が 4cm のとき、底面から水面までの高さを h を用いて表しなさい。

② 底面から水面までの高さが $h$cm になったとき、入れた水の体積を h を用いて表しなさい。ただし、円周率はπとする。

図1

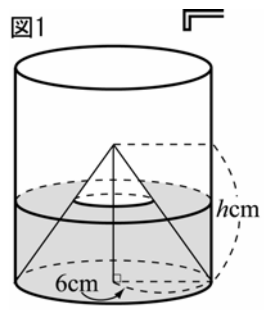
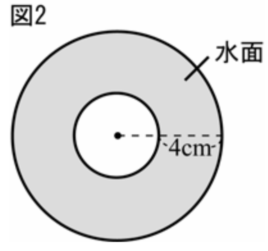


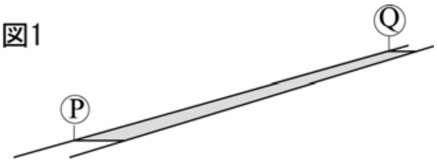
図2



4

図 1 のようにまっすぐな道路上に地点 P、Q があり、その間の距離は 1200m である。太一さんは、道路上を一定の速さで自転車で移動する。はじめは地点 P にいて、地点 Q まで行き、地点 Q で 4 分間休んだあと、地点 P にもどる。地点 P を出発し、地点 P にもどるまで 10 分かかるものとする。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

図1

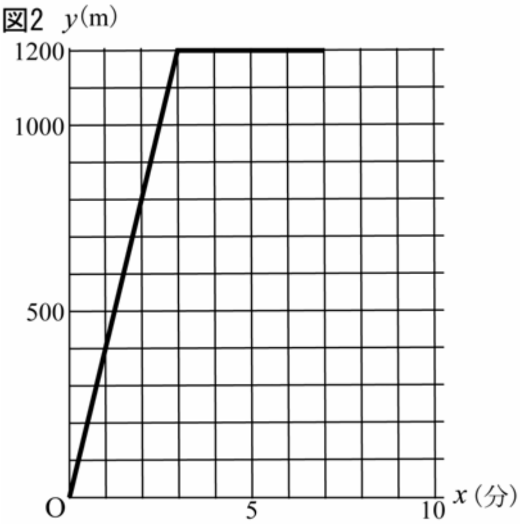


(1) 太一さんが地点 P を出発してから x 分後の地点 P と太一さんの距離を ym とする。図 2 は、x と y の関係を表すグラフの一部である。

① 太一さんが道路上を移動するときの速さは毎分何 m か、求めなさい。

② $7 \leqq x \leqq 10$ のとき、x と y の関係を表す式を求めなさい。

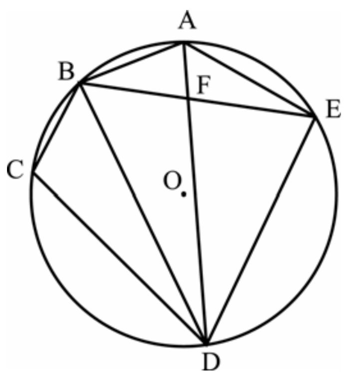
図2



(2) 健さんは、はじめは地点 Q にいて、太一さんが地点 P を出発すると同時に地点 Q を出発し、地点 P まで行き、地点 P から休まず引き返して地点 Q にもどる。地点 Q から地点 P へは毎分 300m、地点 P から地点 Q へは毎分 200m の一定の速さで道路上を自転車で移動する。このとき、太一さんと健さんが道路上で最初にすれ違ってから何分後に再びすれ違うか、求めなさい。

5

右の図で、点 A、B、C、D、E は円 O の周上の点で、AB＝BC、CD＝DE である。点 F は、線分 AD と線分 BE の交点である。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。



(1) ∠ADB＝a°、∠CBD＝b°とする。次の表の①~③にあてはまるものを次のア～キからそれぞれ 1 つずつ選び、その記号を書きなさい。

角	角の大きさ
∠AEB	①
∠EAD	②
∠BFD	③

ア　a°
イ　b°
ウ　$(a+b)$°
エ　$(2a+2b)$°
オ　$(180-a-b)$°
カ　$(180-2a-b)$°
キ　$(180-2a-2b)$°

(2) AB：CD＝4：7、AB：AD＝2：5 のとき、BF：FE を求めなさい。

6

次のⅠ～Ⅲの中から、指示された問題について答えなさい。

Ⅰ

図 1 のように、♥ マークがついた同じ大きさの正方形のカード A、B、C がある。

図1

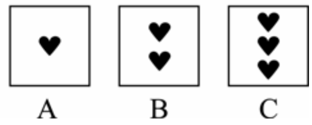
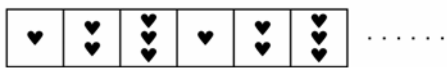


図 2 のように、カードを左から右へ A、B、C の順に並べ、4 枚目からはそれを繰り返していく。カードは重ねず、すき間なく並べ、並べたカード全体で 1 つの長方形ができるものとする。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

図2



(1)左から数えたカードの順番とそのカードの ♥ マークの個数を右の表にまとめた。

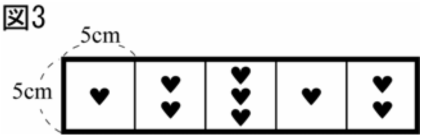
カードの順番(枚目)	1	2	3	4	…	10	…	30	…
♥ マークの個数(個)	1	2	3	1	…	ア	…	イ	…

① 表のア、イにあてはまる数を書きなさい。

② カードを 60 枚並べたとき、カード全体では ♥マークの個数は何個か、求めなさい。

(2) カードを 5 枚並べてできる長方形の周は、図 3 の太線部分である。カードの 1 辺の長さを 5cm とするとき、カードを n 枚並べてできる長方形の周の長さを n を用いて表しなさい。

図3

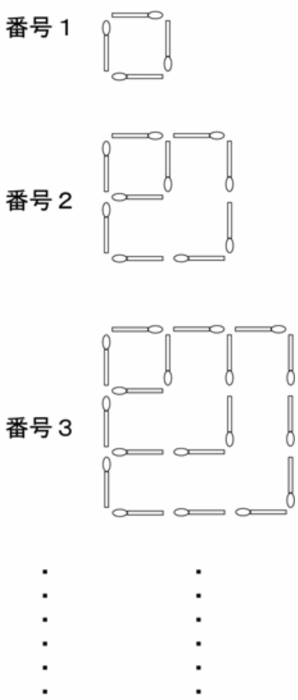


Ⅱ

次の$\boxed{}$ のようにしてマッチ棒を並べたものをつくる。図 1 は、そのようにしてつくったものを表している。下の(1)~(3)の問いに答えなさい。

- 番号 1 は、マッチ棒 1 本を 1 辺とする正方形に並べたものである。
- 番号 2 は、番号 1 にマッチ棒を加えて、一番外側にマッチ棒 2 本を 1 辺とする正方形ができるように並べたものである。
- 番号 n は、番号$(n-1)$にマッチ棒を加えて、いちばん外側にマッチ棒 n 本を 1 辺とする正方形ができるように並べたものである。

図1

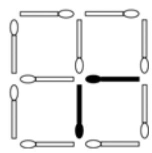


(1) 番号 17 のとき、いちばん外側にあるマッチ棒の本数を求めなさい。

(2) 内側にあるマッチ棒の本数を、次の 2 通りの方法で求めた。ア～エに当てはまる数を書きなさい。

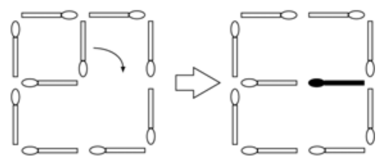
① 番号 2 は、内側にあるマッチ棒と同じ数のマッチ棒をつけ加えて図 2 のようにすることができる。下線部のような考え方を使うと、番号 10 の内側のマッチ棒の本数は、つけ加えたマッチ棒も含めると、$\boxed{\text{ア}}$本となる。したがって、番号 10 の内側にあるマッチ棒の本数は、$\boxed{\text{イ}}$本となる。

図2



② 番号 2 は、図 3 のように変形することができる。
このような考え方を使うと、番号 20 の内側にあるマッチ棒の本数は、20×$\boxed{\text{ウ}}$＝$\boxed{\text{エ}}$(本)となる。

図3



(3) 番号 n のとき、すべてのマッチ棒の本数を求めたい。その求め方を n を用いて説明し、マッチ棒の本数を書きなさい。

III

図 1 のように、縦 $a$cm、横 $b$cm で、縦が横より長い長方形のカードがある。距離が $a$cm の 2 本の平行な直線 l、m に対して、カードを図 2 のように 3 通りの置き方をし、左から置き方 A、置き方 B、置き方 C とする。図 3 のように、カードは左から置き方 A、B、A、C の順に並べ、5 枚目からはそれを繰り返していく。カードは重ねずにつなげて並べ、並べたカード全体で 1 つの図形を作るものとする。

例えば、カード 5 枚でできる図形は図 4 のようになる。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図1

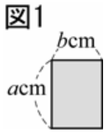


図2

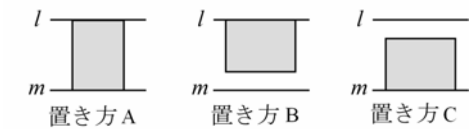


図3

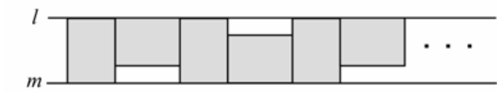
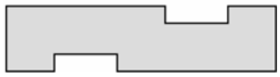


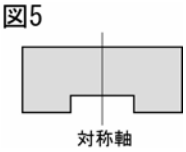
図4



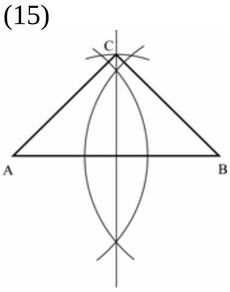
(1) 置き方 B のカードだけを左から順番に数える。そのとき、10 枚目の置き方 B のカードは、並べたカード全体では左から何枚目か、求めなさい。

(2) 図 5 のように、カード 3 枚でできた図形は、線対称な図形である。カードを 100 枚以上並べて、対称軸が直線 l と垂直になる線対称な図形をつくる。できた線対称な図形の中から、カードの枚数が少ない順に 2 つ選び、それぞれのカードの枚数を書きなさい。

図5



(3) 1 枚のカードの周りの長さを 24cm とする。このカードを 50 枚並べて作る図形の周の長さが 710cm のとき、a、b の値をそれぞれ求めなさい。

【解答】
1
(1) －3
(2) $10a-2$ (個)
(3) $9a^2$
(4) $\frac{7x+y}{6}$
(5) $x=-2, y=1$
(6) $x=-9, 7$
(7) $6\sqrt{7}$
(8) 6、7、8
(9) $x=100-\frac{2}{3}a$
(10) 11
(11) $\sqrt{13}$
(12) 67°
(13) $x=\frac{24}{5}$
(14) 56π (cm^2)
(15)


2
(1)
①ア 4　イ $\frac{24}{x}$
②ウ 20　エ 5

(2)
① 3 通り
② $\frac{2}{9}$

3
(1)
[証明]
A と C、B と C を結ぶ
△OAC と△OBC で、
作図より、
AC＝BC・・・・・①
OA＝OB・・・・・②
共通な辺なので、
OC＝OC・・・・・③
①②③より、
3 辺がそれぞれ等しいので、
△OAC≡△OBC
対応する角は等しいので、
∠AOC＝∠BOC
(したがって、半直線 OC は∠XOY の二等分線である。)

(2)
① $\frac{2}{3}h$ (cm)
② $24\pi h$ (cm^3)

4
(1)
① 毎分 400m
② $y=-400x+4000$
(2) $\frac{44}{7}$ 分後

5
(1) ① ア　② イ　③ オ
(2) 16：21

6
Ⅰ
(1)
①ア 1　イ 3
② 120 個
(2) $10n+10$ (cm)

Ⅱ
(1) 68 本
(2)
①ア 180　イ 90
②ウ 19　エ　380
(3)
外側のマッチの本数は、$4n$ (本)。
内側のマッチの本数は、(2)の②の考え方より、
$n(n-1)$ (本)。
外側と内側のマッチの本数をたして、
$4n+n(n-1)=n^2+3n$ (本)

Ⅲ
(1) 38 枚目
(2) 103 枚、107 枚
(3) $a=7, b=5$